



**José Filipe Sousa  
Carvalho**

**METODOLOGIA DE OPTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS  
DE CONFORMAÇÃO PLÁSTICA**



**José Filipe Sousa  
Carvalho**

## **METODOLOGIA DE OPTIMIZAÇÃO DE PROCESSOS DE CONFORMAÇÃO PLÁSTICA**

Dissertação apresentada à Universidade de Aveiro para cumprimento dos requisitos necessários à obtenção do grau de Mestre em Engenharia Mecânica, realizada sob a orientação científica do Prof. Doutor A. Gil Andrade Campos, Professor Auxiliar convidado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro e do Professor Robertt A. Fontes Valente, Professor Auxiliar convidado do Departamento de Engenharia Mecânica da Universidade de Aveiro

## **o júri**

presidente

**Prof. Doutor Francisco José Malheiro Queirós de Melo**

Professor Associado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor José Luís Carvalho Martins Alves**

Professor Auxiliar, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade do Minho

**Prof. Doutor António Gil d'Orey de Andrade Campos**

Professor Auxiliar Convidado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro

**Prof. Doutor Robertt Angelo Fontes Valente**

Professor Auxiliar Convidado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Aveiro

## **agradecimentos**

Aos Professores Gil Andrade Campos e Robertt Fontes Valente por partilharem o seu conhecimento científico, pelo apoio, envolvimento, disponibilidade, incentivo, optimismo e encorajamento demonstrados.

À Ana Clemente pelo apoio, companhia, motivação e por acreditar sempre ser possível.

A todos os meus amigos pela amizade, incentivo e compreensão da minha ausência ao longo do último ano.

À minha família, pelo apoio incondicional e por fazer deste meu objectivo também o seu.

A todos, muito obrigado!

## **palavras-chave**

Processos de conformação plástica, problema inverso, otimização numérica, método dos elementos finitos, identificação de parâmetros, otimização de forma

## **resumo**

A simulação de processos de conformação plástica utilizando o método dos elementos finitos encontra-se hoje bem disseminada, abrindo portas a novos desenvolvimentos e a resolução de novos tipos problemas, tais como os problemas inversos.

Nesta dissertação irão ser abordados dois tipos de problemas inversos: os problemas de identificação de parâmetros e os problemas de otimização de forma. Estes problemas podem ser formulados como problemas de otimização. O propósito desta dissertação é propor uma metodologia de otimização de processos de conformação plástica. Para isso foi desenvolvido um algoritmo de otimização que utiliza quer um programa de simulação por elementos finitos, quer um programa de otimização numérica. De modo a validar o algoritmo desenvolvido foram realizadas várias validações. No que toca à otimização de parâmetros foram desenvolvidas duas aplicações. Na primeira é feita a identificação de parâmetros de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear, na segunda foi feita a identificação dos parâmetros do material em simultâneo com o coeficiente de atrito. Na otimização de forma é otimizada a forma de um provete cilíndrico de modo a que após a sua compressão se evite o efeito barril característico destes ensaios.

Os resultados globais da metodologia desenvolvida são positivos e conclui-se que esta tem grande potencial para aplicações e desenvolvimentos futuros.

**keywords**

Metal forming, inverse problems, mathematical optimization, finite element method (FEM), parameter identification, geometrical optimization

**abstract**

The simulation of metal forming using FEM is today well established. This opens the doors to solving new and more complex problems such as the inverse problems.

In this thesis there will be solved two types of inverse problems, the parameter identification problem and the shape optimization problem. The purpose of this work is formulating these inverse problems as an optimization problem and to propose a methodology of metal forming process optimization. To reach this goal a optimization algorithm was developed that uses a Finite element program as well as a mathematical optimization program.

To validate the developed algorithm several validation problems were made. In the parameter optimization problem there were developed two applications. In the first is made the identification of a non-linear elastic-plastic hardening model, in the second is identified simultaneously the material parameter and friction coefficient identification.

The final results are satisfactory and its proved that this kind of applications have great potential for future application and future developments.

# Índice

<b>Índice .....</b>	<b>1</b>
<b>Índice de figuras .....</b>	<b>2</b>
<b>Índice de tabelas .....</b>	<b>1</b>
<b>Secção 1 – Estado da arte .....</b>	<b>1</b>
1.1. Introdução.....	1
1.2. Identificação de parâmetros.....	2
1.3. Optimização de forma/processo .....	7
<b>Secção 2 – Métodos de optimização .....</b>	<b>11</b>
2.1. Introdução.....	11
2.1.1. Método do maior declive .....	12
2.1.2. Algoritmo Levenberg-Marquardt .....	13
2.1.3. Método baseado no gradiente .....	14
2.2. O programa de optimização SiDoLo .....	18
<b>Secção 3 – Método dos elementos finitos .....</b>	<b>19</b>
3.1. Introdução.....	19
3.2. Equações básicas .....	19
3.2.1. Métodos implícitos .....	20
3.3. Contacto.....	21
3.4. Atrito .....	22
3.5. O programa ABAQUS .....	24
<b>Secção 4 – Metodologia .....</b>	<b>26</b>
4.1. Metodologia.....	26
4.1.1 Interface.....	29
<b>Secção 5 – Aplicações e validação .....</b>	<b>31</b>
5.1. Introdução.....	31
5.2. Validação: Identificação de parâmetros.....	31
5.2.1. Identificação de parâmetros de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear. ....	31
5.2.2. Identificação dos parâmetros do material em simultâneo com o coeficiente de atrito.....	38
5.3. Validação: Optimização geométrica.....	47
5.3.1. Compressão de um provete cilíndrico .....	47
<b>Secção 6 – Conclusões e trabalhos futuros.....</b>	<b>52</b>
6.1. Conclusões.....	52
6.2. Desenvolvimentos futuros .....	53
<b>7. Bibliografia .....</b>	<b>54</b>

## Índice de figuras

Figura 1: Exemplo de minimização através do método do maior declive (Kleiner mann, 2000) .....	13
Figura 2: Fluxograma dos problemas inversos.....	26
Figura 3: Definição normal do gap entre a curva experimental e a curva da simulação (Kleiner mann, 2000) .....	27
Figura 4: Fluxograma de interacção entre os programas ABAQUS, SIDOLO e a interface desenvolvida.....	30
Figura 5: Provete utilizado na identificação de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear (Kleiner mann, 2000). .....	32
Figura 6: Gráfico do alongamento do provete vs tensão aplicada.....	34
Figura 7: Malhas utilizadas no estudo da influência das malhas.....	35
Figura 8: Identificação dos parâmetros e coeficiente de atrito, forma inicial e deformada. (Kleiner mann, 2000). .....	38
Figura 9: Comparação dos resultados obtidos com os parâmetros iniciais com o resultado óptimo. .	39
Figura 10: Comparação dos resultados obtidos com a segunda lei de comportamento utilizando diferentes parâmetros iniciais.....	41
Figura 11: Comparação dos resultados obtidos com a primeira lei de comportamento com compressão de 60% da altura total do provete. ....	42
Figura 12: Diferentes malhas utilizadas .....	43
Figura 13: Comparação dos resultados das várias malhas com os valores experimentais. ....	43
Figura 14: Evolução do erro ao longo das iterações nas diferentes malhas utilizadas .....	44
Figura 15: Evolução do erro e do numero de iterações em função do parâmetro $\psi$ .....	46
Figura 16: Resultados obtidos com os diferentes parâmetros .....	46
Figura 17: Esquema do problema de optimização de forma (Kleiner mann, 2000).....	47
Figura 18: Geometria obtida após optimização.....	48
Figura 19: Evolução da geometria inicial/ final ao longo das iterações.....	49
Figura 20: Três malhas utilizadas na aplicação.....	49
Figura 21: Geometria inicial que dá origem à forma final com desvio nulo em relação ao pretendido.....	51



## Índice de tabelas

Tabela 1: Algoritmo de otimização .....	17
Tabela 2: Valores finais obtidos neste trabalho confrontados com os obtidos por Kleinermann e por Simo .....	33
Tabela 3: Comparação entre os valores finais obtidos neste trabalho, os valores obtidos por Kleinermann e por Simo .....	34
Tabela 4: Resultados obtidos com as diferentes malhas ensaiadas .....	36
Tabela 5: Erro e nº de iterações obtidos com diferentes $\psi$ .....	37
Tabela 6: Valores dos parâmetros para compressão de 75% .....	39
Tabela 7: Resultados do ensaio utilizando os valores de partida 1 e 2.....	40
Tabela 8: Valores dos parâmetros para compressão de 60% .....	41
Tabela 9: Resultados obtidos com as diferentes malhas .....	44
Tabela 10: Erro obtido com os diferentes parâmetros.....	45
Tabela 11: Erro obtido com os diferentes parâmetros e diferentes malhas .....	50
Tabela 12: Resultados obtidos com vários parâmetros de malha e diferentes $\psi$ .....	51

## **Secção 1 – Estado da arte**

### **1.1. Introdução**

Actualmente existe uma exigência para a rápida colocação dos produtos no mercado, reduzindo assim o seu ciclo de vida. Esta necessidade faz com que o tempo de desenvolvimento dos novos produtos seja reduzido, o que implica um rápido desenvolvimento de técnicas e ferramentas para a produção dos mesmos.

Existem muitas indústrias que utilizam produtos conformados em chapa, nomeadamente a indústria automóvel, dos electrodomésticos, etc. Uma das indústrias que mais depende deste tipo de produtos é a indústria automóvel. A indústria automóvel tem vindo ao longo dos anos a tornar-se cada vez mais competitiva, necessitando para isso da melhoria contínua dos processos de modo a obter maior eficiência e mais qualidade.

A indústria automóvel é uma das maiores impulsionadoras dos processos de simulação. Desde algum tempo que a simulação numérica tem vindo a ser utilizada no desenvolvimento de novos produtos e processos. A simulação numérica permite reproduzir várias hipóteses e verificar se estas conduzem ao resultado pretendido. Estas permitem reduzir os tempos de produção dos produtos, responder rapidamente a alterações do produto/processo, reduzir o número de tentativas/erro no desenvolvimento de ferramentas, reduzir os períodos de desenvolvimento, verificar a possibilidade de industrialização dos conformados, reduzir o preço das ferramentas e aumentar a sua fiabilidade. Deste modo a simulação numérica permite melhorar a qualidade dos produtos.

Hoje em dia pode-se afirmar que a simulação pelo método dos elementos finitos chegou à maturidade. No entanto ainda existem muitos desenvolvimentos a realizar nesta área.

As simulações pelo método dos elementos finitos necessitam que lhes seja fornecida uma série de dados de entrada, tal como a geometria inicial, a malha, a lei de comportamento do material e a lei de contacto. A este tipo de problemas chamam-se “problemas directos”. Com a evolução dos problemas directos surgiu a hipótese de formular o problema de forma inversa, partindo do resultado final que se deseja e procurando a forma inicial que lhe daria origem

Podem ser formulados vários tipos de problemas inversos dependendo do tipo de dados que se pretende obter. Um dos dados mais importantes e mais difíceis de determinar são as leis de comportamento dos materiais e, em particular, os valores dos parâmetros que a constituem. A

difficuldade da afinação destas leis de comportamento provém da difícil missão que estas leis do comportamento têm, que é a de representar matematicamente o comportamento dos materiais quando solicitados. Actualmente surgem materiais com comportamentos cada vez mais complexos tais como os materiais superplásticos. Os modelos possuem um certo número de parâmetros que devem ser identificados de modo a obter um modelo que reproduza o comportamento do material o mais fielmente possível.

A primeira categoria de problemas inversos é o de identificação de parâmetros, que podem ser usados para a determinação de parâmetros dos modelos de comportamento de materiais ou de parâmetros numéricos que regem o processo. A ideia principal é realizar uma experiência real, e em seguida, simular a mesma experiência através de um programa de simulação por elementos finitos. Os parâmetros da lei de comportamento do material podem ser actualizados de modo a que os resultados obtidos com o programa de simulação de elementos finitos se aproximem dos resultados obtidos experimentalmente. Para isso é calculada a diferença entre os valores experimentais e os valores teóricos. Esta diferença é minimizada ajustando os parâmetros dos materiais obtidos recorrendo a um programa de simulação e a métodos de optimização.

A segunda categoria de problemas inversos é a que aborda a optimização de forma/processo. Esta apresenta grande potencial no que toca a ajudar os engenheiros a resolver problemas eficazmente. Na maior parte dos casos, nomeadamente nos casos de processos de conformação plástica em metais, é conhecida a forma final e pretende-se conhecer a forma inicial. O processo deve ser projectado de modo a garantir que após a deformação a peça terá a forma exactamente igual à pretendida.

O objectivo deste trabalho é construir uma metodologia que permita resolver as duas categorias de problemas inversos já descritos. Para isso foi desenvolvida uma interface que permite a comunicação entre dois programas, um de optimização numérica e outro de simulação de elementos finitos. Esta interface de comunicação irá permitir a resolução de vários problemas inversos nomeadamente dos dois tipos já mencionados anteriormente: Problemas de identificação de parâmetros e problemas de optimização de forma.

## ***1.2. Identificação de parâmetros***

De modo a simular um processo de conformação plástica de um material através de um programa de simulação de elementos finitos é necessário fornecer a este programa um modelo matemático capaz de descrever com maior realismo possível o comportamento do material. O resultado obtido

depende grandemente da qualidade desta lei de comportamento. A modelação da lei de comportamento de um material obedece a quatro passos (Kleiner mann, 2000):

Primeiro procede-se uma análise experimental de modo a evidenciar o comportamento do material a que vai ser utilizado na simulação. Esta experiência deveria evidenciar os mesmos fenómenos que se pretendem simular. A escolha da experiência correcta e das grandezas correctas é muito importante e pode influenciar significativamente os resultados obtidos.

Em seguida deve ser proposto um modelo matemático que descreva a lei de comportamento do material e os fenómenos existentes na solicitação do material. Existem três abordagens possíveis:

1. a abordagem microscópica;
2. a abordagem macroscópica
3. a formulação em multi-escalas.

A terceira etapa consiste na determinação do valor dos parâmetros do material presentes no modelo matemático escolhido, de modo que este modelo descreva correctamente os resultados experimentais conduzindo a uma simulação mais próxima da realidade. É nesta etapa que se resolve o problema inverso. Tratando-se de um modelo matemático, a própria escolha do carácter e número de parâmetros materiais envolvidos pode influenciar o desempenho e realismo desse mesmo modelo.

A última etapa passa pela validação dos resultados obtidos. Trata-se da comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os resultados obtidos através da simulação. Por fim os resultados devem ser validados de uma maneira mais sistemática através de outras experiências similares de modo a definir o domínio de validade do problema.

A partir deste momento, o modelo determinado pode ser utilizado como dado de entrada em problemas directos, melhorando assim os resultados obtidos com estas simulações.

Os problemas de identificação paramétrica também permitem determinar a qualidade de um modelo de comportamento facilitando a escolha entre vários modelos. Para isso o processo iterativo deve ser aplicado a todos os modelos que se pretendem estudar e em seguida deve ser determinado qual deles caracteriza melhor o comportamento do material.

O procedimento descrito pode, por exemplo, ser utilizado para a definição dos parâmetros envolvidos na lei de contacto entre materiais. As leis de contacto podem influenciar muito a

simulação de elementos finitos e uma má escolha dos valores e tipos de parâmetros envolvidos pode conduzir a resultados irrealistas. (Benson, 1994; Laursen, 1994; Laursen, 1992; Oden, *et al.* , 1985) Este tópico será desenvolvido mais adiante.

Ao longo dos últimos anos têm sido feitos muitos esforços no sentido de melhorar a precisão e a fiabilidade dos resultados obtidos através da simulação por elementos finitos. Para isso têm sido desenvolvidos modelos de comportamento de materiais cada vez mais complexos e sofisticados. No início dos anos 90, a determinação dos valores a atribuir aos parâmetros destes modelos tornou-se num problema cada vez mais importante. A abordagem utilizada consistia em realizar ensaios experimentais simples que permitissem verificar a hipótese de homogeneidade das tensões e das deformações do provete. Os ensaios de tracção, compressão e torção, permitem, através da aplicação de diversos métodos analíticos, traduzir as tensões e as deformações obtidas em parâmetros que serão utilizados na lei de comportamento do material. Aström e Eykhoff propuseram uma técnica para a identificação de parâmetros de materiais que envolvia a formulação de um problema inverso. Esta técnica consistia em minimizar através de um processo iterativo o erro entre os valores obtidos experimentalmente e os valores obtidos analiticamente (Aström, *et al.* , 1971). Os dados obtidos através destas técnicas não eram totalmente pois assumiam a homogeneidade das tensões e das deformações nos materiais. Para além disso, estava implícita a análise de processos ou fenómenos passíveis de serem descritos por modelos analíticos, o que por essência, inviabiliza a análise de problemas com elevada complexidade e características não lineares acentuadas.

Uma metodologia para ultrapassar esta limitação consistiu em simular o processo pelo método dos elementos finitos e em seguida comparar os resultados obtidos através da simulação com os resultados obtidos experimentalmente. Esta comparação permite avaliar a qualidade dos valores atribuídos aos parâmetros escolhidos para o modelo do material. Chaboche utilizou um método de ensaio e erro de modo a identificar os valores destes parâmetros que conduzissem a valores próximos dos obtidos experimentalmente (Chaboche, *et al.* , 1991). Em 1992, Schnur e Zabaras foram os primeiros a interligar um programa de simulação de elementos finitos com um programa de optimização tendo em vista a identificação do comportamento de um material (Schnur, *et al.* , 1992).

Em 1993, Cailletaud e Pilvin generalizaram esta técnica para o caso dos modelos de comportamento não linear através de uma combinação do código de simulação por elementos finitos ZéBuLon (Burllet, *et al.* , 1991) com o programa de optimização SiDoLo (Pilvin, 1983) (Cailletaud, *et al.* , 1994b; Cailletaud, *et al.* , 1993). Estes retomaram a formulação proposta por Aström e Eykhoff, através da qual uma norma euclidiana em cada ponto é ponderada por um

coeficiente igual ao inverso do quadrado do erro experimental correspondente. A função a minimizar toma a seguinte forma:

$$S(\underline{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^{EF}(\underline{x}) - u_i^{\text{exp}}}{E_i} \right)^2, \quad (1.1)$$

onde  $\underline{x}$  representa o vector que contém os valores dos parâmetros do material,  $n$  é o número de pontos experimentais,  $u_i^{\text{exp}}$  é o vector de resultados experimentais,  $E$  é o vector dos erros experimentais associados a estas medidas e  $u_i^{EF}$  é o vector de valores obtidos na simulação.

Estes autores escolheram minimizar esta função através de dois métodos de optimização: o método do maior declive seguido do método Levenberg-Marquardt. Estes métodos são de 1ª ordem e necessitam do cálculo do vector gradiente através do método das diferenças finitas.

Quase em simultâneo Mahnken e Stein propuseram uma formulação similar, baseada igualmente numa norma euclidiana sem ter em conta os erros experimentais, à qual foi acrescentado um termo de estabilização (Mahnken, *et al.*, 1994; Mahnken, *et al.*, 1996; Stein, 1994). Esta função objectivo toma a forma:

$$S(\underline{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( u_i^{EF}(\underline{x}) - u_i^{\text{exp}} \right)^2 + \beta \sum_{j=1}^p (x_j - x_j^{\text{estimado}})^2. \quad (1.2)$$

Na equação 1.2,  $p$  é o número de parâmetros a identificar,  $x_j^{\text{estimado}}$  é uma estimativa inicial para os valores dos parâmetros e  $\beta$  é um coeficiente ponderador a determinar consoante o problema em análise. Este termo suplementar, geralmente chamado de termo de convexificação, permite estabilizar a solução obtida e a convergência do método de optimização. A escolha do valor para este coeficiente é subjectiva e de elevada dificuldade. Por este motivo Mahnken e Stein escolheram não usar este termo suplementar na maior parte das aplicações. Um erro na escolha deste pode modificar significativamente a posição do mínimo obtido (Kleiner mann, 2000; Ponhot, *et al.*, 2005).

No ano seguinte Ghouati e Gelin retomaram a formulação proposta por Cailletaud e Pilvin tendo em vista a identificação de comportamento viscoplástico de diferentes ligas de alumínio na conformação plástica a quente (Kleiner mann, 2000). Eles não tiveram em conta os erros experimentais, mas permitiram a introdução de constrangimentos não lineares nos parâmetros do material pelo método da função penalidade que junta um termo de valor infinito a estas tensões. A função objectivo é a seguinte:

$$S(\underline{x}) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left( u_i^{EF}(\underline{x}) - u_i^{\text{exp}} \right)^2 + \sum_{j=1}^m \frac{\omega_j}{C_j(\underline{x})}, \quad (1.3)$$

Onde  $m$  é o número de tensões dos parâmetros dos materiais,  $C_j$  é a  $j$  tensão do tipo  $C_j(\underline{x}) \geq 0$  e  $\omega_j$  são coeficientes não negativos que tendem para zero ao longo das iterações.

Durante o mesmo ano (1994), Gavrus, Massoni e Chenot também utilizaram a formulação proposta por Cailletaud e Pilvin tendo em vista a identificação do modelo visco-plástico de Norton-Hoff para diferentes materiais deformados a quente (Kleinermann, 2000). Estes propuseram a escrita directa do vector dos erros experimentais, existindo duas abordagens conforme se considere que estes valores são constantes ou proporcionais ao valor absoluto da grandeza observada. Obtém-se assim a seguinte função objectivo:

$$S(\underline{x}) = \sum_{i=1}^n \left( \frac{u_i^{EF}(\underline{x}) - u_i^{\text{exp}}}{E_i} \right)^2, \quad (1.4)$$

com  $E_i = \sqrt{\sum_{j=1}^n (u_j^{\text{exp}})^2}$ , se os erros forem constantes ou  $E_i = u_i^{\text{exp}}$  se os erros forem proporcionais a  $u_i^{\text{exp}}$ .

Está provado que o uso da optimização na resolução de problemas de identificação paramétrica tem grande utilidade. Existem apenas algumas variantes no que toca ao método de optimização utilizado, dependendo do autor considerado. Os métodos mais utilizados são:

- Método do maior declive;
- Gradiente conjugado;
- BFGS;
- Gauss-Newton;
- Levenberg-Marquardt.
- Algoritmos Genéticos

Mais recentemente Kleinermann (Kleinermann, 2000) estudou e resolveu dois tipos de problemas inversos: problemas identificação de parâmetros e os problemas de optimização de forma. Kleinermann traduziu estes dois problemas sob a forma de problemas de optimização gerais e propôs várias metodologias de optimização em cascata de modo a torná-los mais robustos. Ao mesmo tempo realizou um estudo estatístico de modo a determinar o método que melhor se adaptaria aos problemas por ele estudados.

### **1.3. Optimização de forma/processo**

A execução de uma nova peça obtida através de conformação plástica é um processo complexo que deve obedecer a uma série de critérios. Um dos mais importantes é que no fim do processo de conformação plástica, a peça obtida tenha a geometria desejada evitando sempre a aparição de defeitos tais como fissuras, cavidades, fracturas, rugas e o enchimento defeituoso da matriz (este ultimo particularmente importante em processos de conformação em massa). Para chegar a uma forma óptima para o conjunto punção/matriz recorre-se muito frequentemente a abordagens empíricas baseadas em tentativa e erro. Mesmo quando se utilizam programas de simulação, é frequente recorrer a essa metodologia através da realização de simulações sucessivas com diferentes valores para os parâmetros de processo (geométricos, materiais ou funcionais).

Por forma a evitar esses procedimentos de certa maneira dispendiosos, nomeadamente em peças mais complexas, propõe-se a resolução de um problema inverso que permita otimizar o processo de conformação plástica. Para isso introduzimos um dado suplementar: a geometria final pretendida. O utilizador insere um conjunto de variáveis que define a forma inicial, antes da conformação da peça a otimizar. O resultado da optimização é o valor óptimo para estas variáveis, o que permitirá um desvio mínimo entre a geometria final desejada e a geometria final obtida a partir da forma inicial óptima.

Em 1960, Schmit introduziu um princípio que consistia em juntar a análise por elementos finitos a um programa de optimização numérica tendo como finalidade a obtenção de uma configuração óptima para a estrutura (Schmit, 1960). Schmit demonstra que o problema estaticamente indeterminado de minimização do peso de uma estrutura pode ser resolvido como um problema de programação não linear. Ele estabeleceu também as bases do procedimento iterativo de dimensionamento automático, através da alternância entre análises estruturais por elementos finitos, que têm como objectivo a determinação das tensões a que o modelo é submetido, seguidas de optimizações que têm por fim a minimização do peso da estrutura. Este é o processo normal de optimização de estruturas (Benson, 1994; Kleiner mann, 2000).

No fim da década de 60, desenvolvimentos feitos por Tocher e Karnes mostraram que este método não era aplicável a problemas realistas devido ao número elevado de iterações necessário (Karnes, *et al.*, 1968; Karnes, *et al.*, 1971). Os desenvolvimentos centraram-se em duas vias distintas. A primeira centrou-se no desenvolvimento de métodos de optimização e outra centrou-se na noção intuitiva do critério de optimalidade, em que a solução do problema de optimização é procurada supondo que as condições que as variáveis devem cumprir são conhecidas à priori. Nos anos 80 foi



proposto por Fleury e por Schmit o conceito de aproximação, que permitiu discretizar o problema inicial numa série de problemas explícitos aproximados (Fleury, *et al.* , 1980; Schmit, 1960).

Num modelo de elementos finitos, as coordenadas dos nós da malha definem a geometria da peça e das ferramentas, podendo assim ser utilizadas como variáveis de optimização. Foi esta a abordagem adoptada nos problemas de optimização de treliças desenvolvidos em 1973 por Zienkiewicz e por Campbell (Zienkiewicz, *et al.* , 1973). Este tipo de abordagem conduz a um número elevado de variáveis e a formas óptimas descontínuas que na prática não são realizáveis. Por este motivo, Imam (seguido de Botkin) propuseram descrever a estrutura através de macro-malhas paralelepipedicas que agrupavam um certo número de malhas de elementos finitos (Botkin, 1982; Imam, 1982). As variáveis são os nós que definem esses elementos. Este método permite reduzir o número de variáveis mantendo a definição da malha dentro destas macro-malhas. Uma variante deste método foi proposta pelos laboratórios de pesquisa da General Motors. Esta consiste em escolher como variáveis de optimização as cotas da peça a optimizar (Imam, 1982; Kleinermann, 2000).

Outra técnica utilizada é a descrita por Imam como sendo a técnica das *super-curvas*. Esta utiliza polinómios para representar as formas a optimizar. Os coeficientes destes polinómios representam as variáveis a optimizar. Esta técnica tem a vantagem de poder representar formas complexas através de formas polinomiais simples. Uma técnica similar recorre a formas polinomiais mais complexas tais como Splines, B-Splines ou NURBS (Imam, 1982).

É em 1994 que Chenot e Fourment se tornam os pioneiros na área da optimização de forma, ao acoplarem um código de cálculo de elementos finitos de grandes deformações a um programa de optimização tendo como finalidade a optimização de forma do processo de forjamento (Chenot, 1994; Fourment, 1996; Fourment, *et al.* , 1997). Os autores escolheram representar a geometria inicial da peça através da técnica das super-curvas (splines cubicas). A função objectivo é formada pela soma dos quadrados das distâncias entre cada nó da fronteira da malha deformada e a sua projecção sobre a geometria final pretendida. Em certas aplicações é também acrescentado um termo de regularização baseado na energia total utilizada para realizar a conformação plástica. Para além destes dois termos, pode existir ainda um termo de penalização. Esses três termos podem ser representados pela expressão:

$$S(\underline{x}) = \sum_{noe \in C} \left( \underline{x}_{noe} - P(\underline{x}_{noe}) \right)^2 + \omega \sum_{i=1}^{n_{incr}} E_i^{ext} + r \max \left( 0, g(\underline{x}) \right), \quad (1.5)$$

onde  $C$  representa a fronteira exterior da malha deformada,  $P$  é o operador de projecção sobre a geometria final desejada,  $n_{incr}$  é o numero de incrementos de tempo realizados,  $\omega$  representa o

coeficiente ponderador,  $E_t^{ext}$  a energia fornecida ao sistema durante um incremento de tempo,  $r$  é o coeficiente de penalidade e  $g(\underline{x})$  representa um constrangimento do tipo  $g(\underline{x}) \leq 0$ .

Ghouati, Joannic e Gelin utilizaram uma formulação muito próxima da proposta por Chenot e Fourment tendo em vista a optimização do processo de embutidura de chapas finas (Gelin, 1998; Ghouati, *et al.*, 1997; Ghouati, *et al.*, 1998). O trabalho destes investigadores debruçou-se sobre o controlo do retorno elástico dos materiais e na variação de espessura da chapa jogando com diversos parâmetros tal como o raio de curvatura das ferramentas, o conjunto matriz/punção e a força exercida no serra-chapas. Devido ao carácter localizado destas grandezas, foram escolhidas diferentes variáveis. Conforme o problema considerado, adoptaram-se diferentes tipos de funções objectivo a optimizar. O problema de optimização por eles obtido apresenta-se sob a forma de uma minimização duma função implícita não linear sobre constrangimentos de desigualdades assim como de igualdades não lineares e implícitas.

Nakamura e os seus parceiros de investigação, propuseram o estudo de um problema similar ao proposto por Chenot e por Fourment, aplicado ao caso da embutidura em múltiplas etapas (Nakamura, *et al.*, 1998). Em certos casos, as deformações dão origem a estricção. Para evitar este fenómeno recorre-se frequentemente à embutidura em múltiplas etapas permitindo assim que a solicitação sobre a chapa não seja demasiado elevada, o que levaria à ruptura ou ao aparecimento de estricção. O que Nakamura e os seus colaboradores fizeram foi optimizar a forma do primeiro punção de modo a evitar ao máximo o aparecimento de defeitos. Para o fazer, estes investigadores acoplaram um programa de simulação pelo método dos elementos finitos com um algoritmo genético. A função objectivo utilizada é simplesmente formada pela soma das diferenças entre a posição actual e a posição final pretendida.

Uma outra abordagem foi proposta por Barlet (Barlet, *et al.*, 1998). Este autor propôs optimizar a forma inicial da chapa tendo como finalidade minimizar a função objectivo que é semelhante à proposta por Nakamura. As variáveis de optimização apresentam-se sobre a forma de pólos de uma B-Spline que define a forma inicial da chapa.

De salientar ainda o trabalho desenvolvido por Nielsen, Jensen e Danckert que, utilizando uma técnica bastante simples (método das diferenças finitas e o método do maior declive), optimizaram diferentes problemas de conformação plástica (Nielsen, *et al.*, 2000). Utilizando a simulação por elementos finitos para grandes deformações recorrendo a elementos do tipo casca, optimizaram a geometria das ferramentas pelo método das cotas. A função objectivo é composta pela soma de dois termos. Um é a diferença entre a forma inicial e a forma final desejada para a chapa, enquanto

o outro é um termo que leva em conta a variação de espessura da mesma chapa, resultando na seguinte equação:

$$S(\underline{x}) = \beta \sum_{i=1}^{nelem} (t_i^f - t_j^o)^2 + (1 - \beta) \sum_{j=1}^{nnoe} (gap_j)^2, \quad (1.6)$$

onde  $\beta$  é um parâmetro compreendido entre 0 e 1,  $nelem$  representa o número de elementos que discretizam a ferramenta,  $t_j^o$  e  $t_i^f$  representam a espessura inicial e final do elemento  $i$  respectivamente,  $nnoe$  é o número de elementos que discretizam a ferramenta,  $gap_j$  define a distancia que separa o nó  $j$  da forma final desejada, ou seja,  $gap_j = (x_{noej} - P(x_{noej}))$ , onde  $x_{noej}$  é a posição final do nó  $j$ ,  $P$  é o operador de posição sobre a geometria final desejada.

## Secção 2 – Métodos de optimização

### 2.1. Introdução

Quando a resolução de um problema de optimização não pode ser feita analiticamente de forma directa, torna-se necessário recorrer a processos numéricos iterativos. Um dos problemas mais frequentes dos métodos iterativos de optimização linear é o problema dos mínimos locais. Por este motivo o método utilizado, tal como a qualidade dos valores iniciais atribuídos aos parâmetros, influenciam o resultado final do processo iterativo (Cailletaud, *et al.*, 1994a; Campos, 2005). O que se verifica muitas vezes recorrendo às técnicas de optimização tradicionais é que não é encontrado um mínimo global mas sim um mínimo local. Só uma correcta escolha dos parâmetros iniciais permite atenuar este tipo de comportamento. Outro problema comum neste tipo de processos é que nem sempre a função objectivo é suave e contínua, inviabilizando assim a utilização de algoritmos baseados no gradiente. Este problema privilegia a utilização dos algoritmos do tipo evolucionários ou genéticos (Campos, 2005).

Ambos os tipos de problemas inversos, quer os de optimização paramétrica quer os de optimização de forma/processo, recorrem a um ou vários métodos de optimização capazes de minimizar funções não convexas e altamente não lineares. Existem 3 famílias de métodos:

- 1) Os baseados no gradiente;
- 2) Algoritmos evolucionários;
- 3) Redes neuronais.

Dos métodos baseados no gradiente Kleinemann propõe alguns algoritmos que se adequam à resolução dos problemas inversos (Kleinermann, 2000). Ele subdivide os algoritmos baseados no gradiente em três categorias:

1. Métodos de linearização ou de resolução de sistemas de equações não lineares, dentro dos quais se inserem os algoritmos de Levenberg-Marquardt e de Gauss-Newton.
2. Métodos directos de programação matemática dentro dos quais se inserem os métodos clássicos de optimização de estruturas. Nesta categoria inserem-se os seguintes métodos:

método do maior declive<sup>1</sup>, método do Gradiente Conjugado e métodos Quasi-Newton. O princípio destes métodos é o de procurar uma direcção ao longo da qual a função objectivo diminui.

3. Métodos de aproximação convexos. Dentro desta categoria encontram-se os métodos ConLin, MMA, GCMMA e SQP.

Nas secções seguintes são analisadas em pormenor as características particulares de alguns dos algoritmos anteriores.

### 2.1.1. Método do maior declive

Este é um dos métodos mais simples de programação matemática e consiste em escolher como direcção descendente,  $\underline{s}^{(k)}$ , a que apresentar o maior declive, isto é, o oposto do vector gradiente no ponto considerado  $\underline{x}^{(k)}$  (Kleinermann, 2000).

$$\underline{s}^{(k)} = -\underline{g}^{(k)} = -\frac{\partial S(\underline{x}^{(k)})}{\partial \underline{x}}. \quad (2.1)$$

A procura linear permite minimizar a função objectivo naquela direcção. O problema de optimização linear escreve-se:

$$\text{Min } \phi(\alpha^*) = S(\underline{x}^{(k)} + \alpha^* \underline{s}^{(k)}). \quad (2.2)$$

A nova aproximação dos parâmetros será obtida na actualização seguinte:

$$\underline{x}^{(k+1)} = \underline{x}^{(k)} + \alpha^* \underline{s}^{(k)}. \quad (2.3)$$

Neste ponto calcula-se novamente o vector gradiente de modo a calcular uma nova direcção descendente.

A figura 1 apresenta o trajecto seguido pelo método do maior declive dentro do espaço das variáveis de optimização, com uma função objectivo explícita e convexa. Cada avanço descendente é perpendicular à curva de isovalores da função objectivo no ponto considerado e o mínimo obtido em cada iteração corresponde ao ponto tangente da direcção descendente com as curvas de isovalores. Este tipo de progressão na perpendicular torna o processo lento e pouco eficiente o que limita grandemente a velocidade de convergência do método.

---

<sup>1</sup> Do inglês *Steepest descent*

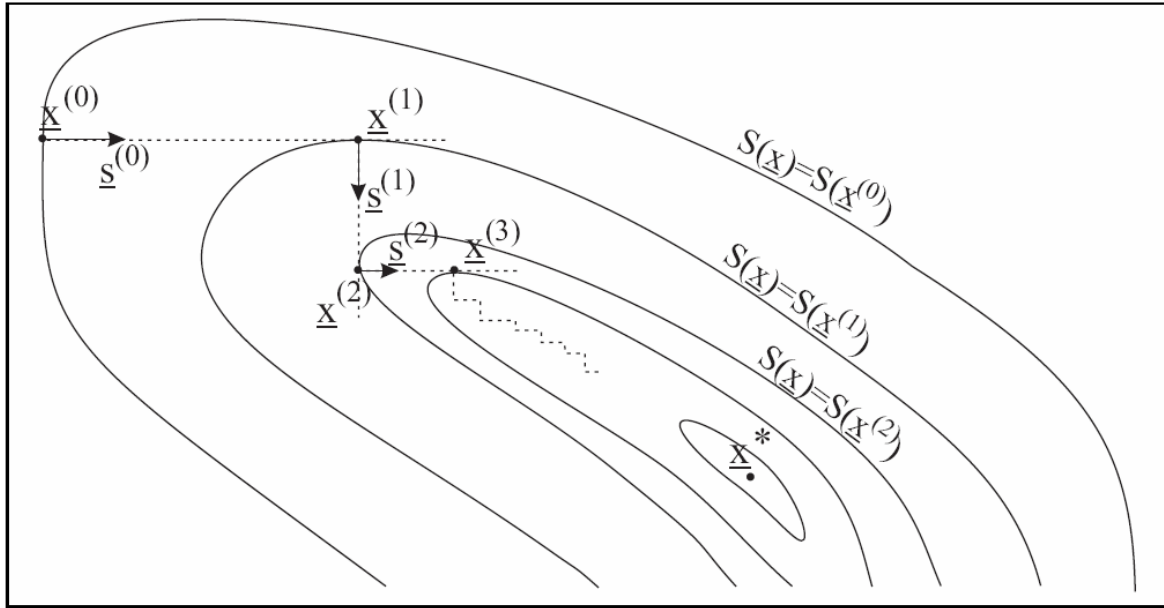


Figura 1: Exemplo de minimização através do método do maior declive (Kleinermann, 2000).

### 2.1.2. Algoritmo Levenberg-Marquardt

Este algoritmo tem semelhanças com o método de Gauss-Newton e consiste numa estabilização do mesmo (Kleinermann, 2000). A lei de actualização das variáveis de optimização ao longo das iterações fornecida pelo método de Gauss-Newton é fornecida pela resolução do sistema de equações lineares seguinte:

$$\underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{J}} (x^{(k+1)} - x^{(k)}) = \underline{\underline{J}}^T (u^{EF}(x^{(k)}) - u^{\text{exp}}), \quad (2.4)$$

Onde  $\underline{\underline{J}}$  é a matriz jacobiano. O método de Levenberg-Marquardt utiliza esta actualização acrescentando um parâmetro numérico  $\lambda_{LM}$  que permite estabilizar o método de Gauss-Newton. O sistema escreve-se da seguinte forma:

$$(\underline{\underline{J}}^T \underline{\underline{J}} + \lambda_{LM} \underline{\underline{I}})(x^{(k+1)} - x^{(k)}) = \underline{\underline{J}}^T (u^{EF}(x^{(k)}) - u^{\text{exp}}), \quad (2.5)$$

onde  $\underline{\underline{I}}$  é a matriz identidade e  $\lambda_{LM}$  é o parâmetro de Levenberg-Marquardt. Quanto maior for o parâmetro de estabilização mais a variação dos parâmetros é atenuada. A estabilização do método de Gauss-Newton é feita através de uma sub-iteração. Assim, em cada iteração calcula-se através da resolução de um sistema de equações não lineares a nova aproximação das variáveis de

optimização  $x^{(k+1)}$  e o novo valor da função objectivo é avaliado. Se este novo valor for inferior ao ponto actual  $S(\underline{x}^{(k+1)}) < S(\underline{x}^{(k)})$ , a iteração é convergente e passa-se à iteração seguinte. Se por outro lado a iteração não converge, o processo deve recomeçar aumentando-se o valor de  $\lambda_{LM}$ . Obtém-se assim uma nova aproximação dos parâmetros mais próxima que a precedente. Recalcula-se o valor da função objectivo e verifica-se novamente se a iteração é convergente (Kleinermann, 2000).

### 2.1.3. Método baseado no gradiente

Tal como já foi mencionado, os métodos baseados no gradiente subdividem-se em três categorias, os métodos clássicos de optimização estrutural, os de linearização e os de aproximação convexa. Este tipo de métodos são conhecidos por serem excessivamente dependentes dos parâmetros atribuídos inicialmente, isto é, se a qualidade dos parâmetros atribuídos inicialmente não for suficientemente boa, o resultado da optimização pode não ser o pretendido. Isto deve-se a uma grande possibilidade de serem encontrados mínimos locais (Polak, 1997). Para evitar estes mínimos locais devem utilizar-se vários conjuntos de parâmetros iniciais, que poderão conduzir a várias soluções. A escolha da que melhor se adapta ao problema dado cabe à pessoa que faz a análise.

A resolução do problema de identificação de parâmetros consiste em minimizar uma função que para uma série de dados fornecidos, avalia o erro entre as previsões do modelo e a realidade física representada pelos dados experimentais.

A função a minimizar pode ser escrita da seguinte forma:

$$L(A) = \sum_{n=1}^N L_n(A), \quad (2.6)$$

com

$$L_n(A) = \frac{1}{(t_1 - t_0)} \int_{t_0}^{t_1} (Z_s(A) - Z_s^*)^T D_n (Z_s(A) - Z_s^*) dt. \quad (2.7)$$

$N$  é o número de ensaios experimentais,  $(t_0, t_1)$  é o intervalo de tempo,  $(Z_s(A) - Z_s^*)$  representa o erro entre as variáveis simuladas e observadas,  $D_n$  é a matriz de ponderação para o ensaio  $n$ , O cálculo da expressão 2.7 é aproximado pela seguinte expressão:

$$Ln(A) = \frac{1}{M_n} \sum_{i=1}^{M_n} T(Z_s(A, t_i) - Z_s^*(t_i)) D_n(Z_s(A, t_i) - Z_s^*(t_i)) \quad (2.8)$$

Ainda é possível introduzir constrangimentos de optimização através da função penalidade. A função minimização assume a seguinte forma:

$$L^p(A) = \sum_{n=1}^N L_n(A) + \sum_{m=1}^M \left\{ \alpha_m \text{Max}[0, g_m(A)] \right\}^2 \quad (2.9)$$

Os termos de constrangimento são definidos pelas  $M$  desigualdades.  $g_m(A) \leq 0$ . Os coeficientes de penalidade  $\alpha_m$  permitem que haja evolução da influência dos constrangimentos ao longo do processo (Pilvin, 1999).

Os algoritmos de optimização baseados no gradiente possuem desempenhos elevados e normalmente asseguram a convergência para um mínimo local. Devido à função ser mal condicionada, muitas vezes é necessário acoplar vários tipos de algoritmos de optimização (Cailletaud, *et al.*, 1994a). Neste trabalho vai ser utilizado um algoritmo de optimização baseado no gradiente que combina dois algoritmos de optimização. O método do maior declive que é utilizado na fase inicial do calculo de modo a melhorar a estimativa inicial dos coeficientes e o método de Levenberg-Marquardt (Marquardt, 1963) que tem a propriedade de acelerar a convergência na fase final do processo de optimização.

O algoritmo desenvolvido por Levenberg-Marquardt é um método de máxima vizinhança e é tipicamente utilizado na estimativa de parâmetros não-lineares. Este método apresenta convergência quadrática (Andrade-Campos, *et al.*, 2007; Campos, 2005).

Seja  $\mathbf{J}$  o jacobiano da função  $L_n(A)$  cujos elementos são definidos por

$$J_{i\alpha} = \frac{\partial r_i}{\partial A_\alpha} = \frac{\partial Z_s}{\partial A_\alpha} \quad i=1, \dots, M \text{ e } \alpha=1, \dots, r., \quad (2.10)$$

onde  $r = Z_s - Z_s^*$  é o vector resíduos. Para a iteração  $K$ , o passo  $\delta_k$  é determinado resolvendo o sistema (Andrade-Campos, *et al.*, 2007; Polak, 1997; Zhao, *et al.*, 2004).

$$(\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k + \mu_k \ell) \delta_k = -\mathbf{J}_k^T r_k. \quad (2.11)$$

$\ell$  é o tensor identidade de segunda ordem. Existe sempre um  $\mu_k > 0$  que leva  $\delta_k$  numa direcção descendente que faz com que haja uma redução de magnitude de  $Ln(A)$  (Polak, 1997).



De modo a incluir o efeito das funções penalidade, pode ser adicionado ao segundo membro da equação (2.11), a primeira derivada da função peso de penalidade e ao primeiro membro a segunda derivada da função penalidade,  $\mathbf{H}$  (Andrade-Campos, *et al.*, 2007; Zhao, *et al.*, 2004). Assim:

$$\left( J_k^T J_k + \mu_k \ell + H_k \right) \delta_k = -J_k^T r_k + f_k. \quad (2.12)$$

Se a escolha dos parâmetros iniciais não for a mais correcta pode haver dificuldades na convergência do processo. Deste modo utiliza-se o método do maior declive para determinar e melhorar o conjunto inicial de parâmetros. A direcção de busca é definida por:

$$h_i = -\frac{\partial r_i}{\partial A} = -J_{ik}; \quad (2.13)$$

O tamanho do incremento é dado por (Andrade-Campos, *et al.*, 2007),

$$\lambda i \in \lambda(A) \triangleq \arg \left[ \min_{\lambda \geq 0} r(A_i + \lambda h_i) \right]. \quad (2.14)$$

Ambos os métodos necessitam de uma avaliação do gradiente a otimizar, esta avaliação pode ser feita quer analiticamente quer numericamente.

A avaliação do gradiente é feita através da seguinte expressão,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1^0, x_2^0, \dots, +\psi, \dots, x_n^0) - f(x^0)}{\psi}, i = 1, \dots, n \quad (2.15)$$

onde  $\psi$  é a perturbação. Na equação 2.15 as variáveis são perturbadas uma a uma e  $f$  é reavaliada. Um parâmetro  $\varepsilon$  muito pequeno conduz à perda de significância do erro visto que duas quantidades muito pequenas e semelhantes são subtraídas uma à outra. Já um parâmetro  $\varepsilon$  elevado resulta num erro de truncatura muito elevado. A regra para a determinação do parâmetro  $\psi = \max(\psi_{\min}, 0,01x_i^0)$  resulta bem na maioria das funções. De notar que são necessárias  $n+1$  avaliações da função para calcular  $\nabla f(x^0)$ . Esta função não é recomendada nos casos em que a avaliação da função é computacionalmente dispendiosa. Nestes casos a expressão seguinte é mais eficiente,

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} \approx \frac{f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0 + 0.5\psi, \dots, x_n^0) - f(x_1^0, x_2^0, \dots, x_i^0 - 0.5\psi, \dots, x_n^0)}{\psi}, i = 1, \dots, n, \quad (2.16)$$

Embora mais eficiente este algoritmo também é mais dispendioso pois necessita de  $n$  avaliações da função objectivo.

Em termos esquemáticos, o algoritmo utilizado neste trabalho pode ser descrito através dos passos apresentados na tabela 1.

Tabela 1: Algoritmo de optimização.

1. Estimativa inicial para os parâmetros do material
2. Calculo das previsões do modelo
3. Avaliação do funcional do custo
4. Melhoramento do conjunto inicial de parâmetros recorrendo ao método do maior declive
4.1. Repetir até obter $h_i$ ideal
4.1.1. Calculo da direcção de busca $h_i$ e do tamanho do incremento $\lambda_i$
4.1.2. Determinação de $A_1 = A_0 + \lambda_i h_i$
5. Calcular as previsões do modelo Z
6. Avaliação do funcional do custo
7. Escolha do parâmetro de Levenberg-Marquardt
8. Estimativa dos pesos, da função de penalidade e do funcional objectivo
9. Convergência pelo método Levenberg-Marquardt
9.1. Repetir até convergência ou $k = N_{\max}$
9.1.1. Calculo do jacobiano <b>J</b> e das funções penalidade <b>H</b> e <b>f</b>
9.1.2. Resolução do sistema de equações para o incremento $\delta_k$
9.1.3. Actualização do conjunto de parâmetros $A_{k+1} = A_k + \delta_k$
10. Verificação da convergência
10.1. Actualização de $\mu_k$ e dos pesos das funções penalidade
11. Resultados

## **2.2. O programa de optimização SiDoLo**

O programa SiDoLo é um programa de optimização inicialmente desenvolvido por Philippe Pilvin e pode ser utilizado em diversos campos científicos. Este programa permite programar de uma forma simples as equações de um sistema e de obter a resposta deste sistema a várias solicitações (*SiDoLo Users Manual*, 2003).

Todos os problemas de identificação de parâmetros necessita de uma série de resultados experimentais e um modelo de comportamento do material. A partir destas informações a resolução do problema de identificação consiste em minimizar uma função que mede, para uma série de parâmetros dados, a diferença entre as previsões dadas pelo modelo e a realidade física representada pelos dados obtidos experimentalmente (*SiDoLo Users Manual*, 2003).

O programa SiDoLo possui duas formulações directamente implantadas, o modelo explícito e o modelo diferencial. Para o caso dos modelos que necessitem da resolução de outro tipo de equações pode utilizar-se o modelo exterior. No modelo exterior o programa não utiliza o módulo de simulação do programa. Recorre para esse efeito a um programa exterior, que no neste caso será o programa de simulação de elementos finitos ABAQUS® (Hibbitt, *et al.* , 1998b)

## **Secção 3 – Método dos elementos finitos**

### **3.1. Introdução**

Hoje em dia, o método de elementos finitos é largamente utilizado e a tendência é que o seja cada vez mais. Este tipo de método é útil em quase todas as áreas da engenharia e é utilizado, por exemplo, no estudo e análise do comportamento de sólidos, estruturas, transferência de calor e na análise de fluidos.

Os programas desenvolvidos na década de 60 baseavam-se na formulação sólida e tinham sido inicialmente desenvolvidos para a resolução de problemas estruturais e mais tarde generalizados para a resolução de outro tipo de problemas. Mais tarde conclui-se que estes programas não eram aplicáveis aos problemas em que existissem grandes deformações plásticas a menos que os níveis de deformação e de rotação pudessem ser desprezados (Alves, 2004). De modo a colmatar o problema das grandes deformações Lee e Kobayashi, Cornfield e Johnson e Zienkiewicz e Godbole, surgiram com uma formulação denominada por formulação do “escoamento plástico”. Esta formulação estuda o comportamento dos metais de uma forma semelhante ao comportamento dos fluidos viscosos incompressíveis. Este tipo de formulação foi inicialmente aplicado em programas como; DEFORM, FORGE, EESY2FORM, QFORM (Alves, 2004).

Outros autores mantiveram-se fiéis à formulação sólida e continuaram a trabalhar no sentido de conseguir caracterizar as grandes deformações através desta formulação. Hibbit, Marçal e Rice foram os primeiros a consegui-lo na década de 70. A formulação desenvolvida por estes autores foi denominada por Lagrangiana total. Esta formulação foi implementada em alguns programas comerciais de simulação de elementos finitos tais como o ABAQUS e o MARC (Alves, 2004).

### **3.2. Equações básicas**

Os primeiros programas de análise de elementos finitos desenvolvidos para a simulação de processos de conformação plástica, foram os programas baseados na formulação estática. A base desta formulação é o facto de o trabalho realizado pelas forças de inércia ser cerca de quatro vezes de grandeza inferior à energia de deformação plástica, pelo que podem ser desprezadas e eliminadas das equações de equilíbrio (Bathe, 1996). Na formulação estática todas as quantidades

formuladas em velocidades são substituídas por quantidades incrementais, assumindo-se que as velocidades são constantes no intervalo de tempo  $[t, t + \Delta t]$ .

A adopção de uma descrição cinemática Lagrangeana reactualizada do processo de deformação facilita a resolução numérica do problema formulado, nomeadamente em problemas que envolvam a deformação plástica e condições evolutivas.

O problema formulado conduz à obtenção de um problema não-linear dado na forma

$$R(\Delta x) = 0, \quad (3.1)$$

o qual após discretização espacial pelo método dos elementos finitos, conduz à obtenção do sistema de equações algébricas

$$[K(\Delta x)]\{\Delta x\} = \{\Delta F\}, \quad (3.2)$$

onde  $[K(\Delta x)]$  é a matriz rigidez calculada em função do campo de deslocamentos incrementais e  $\{\Delta x\}$  e  $\{\Delta F\}$  são respectivamente, os vectores dos deslocamentos e das forças externas incrementais. São incógnitas do problema os deslocamentos nodais incrementais, a partir dos quais é possível o calculo dos tensores das tensões e das deformações

O problema formulado é não-linear nos deslocamentos, pelo que não pode ser resolvido analiticamente. Consoante a formulação seja feita na configuração de partida no instante  $t$ , ou na configuração de chegada no instante  $t + \Delta t$ , estamos perante respectivamente, métodos explícitos ou métodos implícitos (Bathe, 1996).

### 3.2.1. Métodos implícitos

Existem dois métodos de integração: os métodos implícitos e os métodos explícitos.

Nos métodos de integração implícitos as equações de equilíbrio são formuladas em torno da configuração final do intervalo de tempo  $[t, t + \Delta t]$ , a qual é desconhecida e constitui a incógnita do problema. O método implícito garante e impõe que o equilíbrio da estrutura seja satisfeito na configuração de chegada, ou seja, no final do incremento de tempo  $\Delta t$  (Bathe, 1996).

Nos métodos de integração explícitos a formulação das equações de equilíbrio faz-se em torno da configuração inicial do intervalo de tempo  $[t, t + \Delta t]$ , a qual é conhecida. Nenhum critério de

convergência é adoptado, e o equilíbrio do corpo na configuração final do incremento de tempo  $\Delta t$  do intervalo de tempo  $[t, t + \Delta t]$  não é verificado (Bathe, 1996).

### **3.3. Contacto**

O tratamento cuidado do contacto bem como a modelação do atrito e das superfícies da ferramenta são absolutamente fundamentais. Para isso são necessários algoritmos robustos, eficientes e versáteis. O tratamento do contacto e do atrito é hoje em dia uma das principais causas para a não convergência dos métodos implícitos.

Existem várias possibilidades para o tratamento numérico do problema de contacto com atrito. Um dos métodos é denominado por método das penalidades. Este método associa o funcional penalizado ao funcional do problema original, sem constrangimentos de contacto, sendo o atrito modelado pela lei de atrito adoptada. Relaxa-se a condição de impenetrabilidade, mas penaliza-se a penetração. O principal problema deste método é o facto das condições de compatibilidade cinemáticas só serem satisfeitas para valores muito elevados do parâmetro de penalidade. Quando utilizado em algoritmos implícitos, este método conduz à formulação de um operador tangente mal condicionado levantando algumas dificuldades na resolução de sistemas de equações lineares. O funcional de contacto obtido por este método é contínuo mas não é diferenciável, no entanto é um método de fácil implementação em programas de elementos finitos e simples para impor condições de contacto (Wriggers, 1995). Também existem modelos de contacto análogos à teoria da plasticidade na qual os parâmetros de penalidade e atrito se podem interpretar como parâmetros constitutivos. Os fenómenos micromecânicos ao nível de contacto entre asperezas superficiais são normalmente tratados à luz de formalismos dos critérios de plasticidade, levando à utilização de leis de atrito anisotrópico não associado (Oñate, 1996). Este tipo de solução normalmente não é utilizado para descrever atrito na simulação numérica de processos de conformação de chapas, nos quais o atrito é normalmente considerado constante e isotrópico (Alves, 2003).

Uma alternativa ao método das penalidades é a utilização de multiplicadores de Lagrange. Neste método introduz-se um novo campo, o dos multiplicadores, por intermédio de um funcional de contacto, do qual resulta um aumento do número de incógnitas do sistema de equações lineares a resolver. Um dos problemas deste método é que o operador tangente não é definido, pelo que o processo de construção e resolução dos sistemas de equações lineares, requer tratamento especial. A identificação do operador tangente pode corrigir-se utilizando o método dos multiplicadores de Lagrange perturbados, o qual consiste na formulação unificada dos métodos das penalidades e dos

multiplicadores de Lagrange. A principal vantagem deste método é as condições cinemáticas serem sempre cumpridas (Alves, 2003; Wriggers, 1995).

Outro procedimento é o método Lagrangeano aumentado (Simo, *et al.*, 1992). Este é normalmente utilizado em associação com um algoritmo Uzawa e permite satisfazer exactamente as condições cinemáticas devidas ao contacto, para valores infinitos do parâmetro de penalidade. Isto resolve os problemas associados ao valor infinito deste parâmetro, bem como o mau condicionamento do operador tangente. Com a adopção dos métodos Lagrangeano aumentado e de Uzawa, não se incrementa o número de equações dos sistemas de equações e os multiplicadores actualizam-se simplesmente após convergência de cada solução de equilíbrio, ou após cada iteração de equilíbrio. No primeiro caso é necessário um ciclo exterior para a actualização dos multiplicadores de Lagrange. No segundo caso não são necessários ciclos adicionais mas a actualização dos multiplicadores de Lagrange irá diminuir a velocidade de convergência do algoritmo de Uzawa.

É importante a existência de superfícies de contacto suaves isentas de singularidades (Belytschko, *et al.*, 2002). Estes autores recomendam a representação suave das ferramentas na simulação de conformação plástica. Apesar do método das penalidades suavizar algumas discontinuidades o resultado final pode ser demasiado rugoso, por este motivo é proposta a elaboração de funções contínuas continuamente diferenciáveis para as superfícies dos corpos em contacto na vizinhança do ponto de referencia, utilizando para isso a informação dos seus nós e elementos finitos vizinhos. Estas funções devem ser construídas implicitamente de forma simultânea com as variáveis cinemáticas de contacto e sugere a construção de uma função polinomial a partir de uma aproximação por mínimos quadrados (Belytschko, *et al.*, 2002). Outros têm proposto a construção de superfícies suaves locais a partir de representações paramétricas de curvas e superfícies. Este método é mais complexo e necessita frequentemente da introdução de nós adicionais e requerem que a construção das superfícies seja feita antes da simulação.

Na simulação de contacto entre uma ferramenta rígida e um corpo deformável, utiliza-se normalmente um algoritmo tipo *master-slave*, segundo o qual os nós da superfície *slave* não podem transpor os nós da superfície *master* (Alves, 2003).

### **3.4. Atrito**

O esforço de obter melhores resultados das simulações numéricas, traduziu-se nos últimos anos na procura de modelos constitutivos mais precisos, tal como de novas leis que descrevam o atrito.

Os mecanismos de atrito são muito complexos, de tal forma que quer os métodos teóricos quer os métodos numéricos existentes hoje em dia não conseguem reproduzir com precisão a complexidade deste mecanismo. O atrito é um fenómeno sempre presente nos processos de conformação plástica, pelo que o seu tratamento constitui um dos problemas mais importantes na simulação numérica destes processos. Deve por isso ser considerado na simulação com todo o rigor possível (Alves, 2003; Magny, 2002).

A utilização de leis de atrito na simulação numérica ainda é limitada e normalmente cinge-se à lei de Coulomb. O coeficiente de atrito é considerado isotrópico e, ou constante ao longo de toda a ferramenta, ou é manipulado simplesmente como mais um parâmetro ajustável. Existe uma enorme influência da variação do coeficiente de atrito sobre a força de conformação quer sobre o retorno elástico (Oliveira, *et al.*, 2003). Não se deve considerar o atrito constante ao longo de todas as superfícies de contacto, quaisquer que sejam as pressões aplicadas, velocidade e a distância de escorregamento (Magny, 2002). De facto, as condições de atrito jogam um papel fundamental nos processos de conformação plástica.

Do ponto de vista físico os fenómenos de atritos são extremamente complexos. No entanto, se analisarmos os modelos teóricos e numéricos existentes hoje em dia podemos verificar que estes são demasiados simplicistas, não representando a realidade (Alves, 2003).

Existem duas leis de atrito clássicas no verdadeiro sentido da palavra. Estas são a lei de Tresca e a lei de Coulomb (1781) (Tresca, 1864). No caso de contacto entre o esboço e a ferramenta, e sendo  $P$  a pressão de contacto, as leis de Coulomb e Tresca enunciam que não poderá haver escorregamento entre dois corpos se a tensão de corte  $\tau$ , tangencial à interface e devida às solicitações que induzam escorregamento, não atingir um valor crítico  $\tau_c$  independentemente da velocidade de escorregamento relativa  $\Delta\dot{x}^{rel}$ , tal que:

$$\begin{aligned} \text{se } \tau < \tau_c \quad \text{então } \Delta\dot{x}_{rel} &= 0, \\ \text{se } \tau = \tau_c \quad \text{então } |\Delta\dot{x}_{rel}| &\geq 0. \end{aligned} \quad (3.3)$$

As leis de Coulomb e Tresca escrevem-se respectivamente:

$$\tau_c = \min(\mu P, k) \quad \text{e} \quad \tau_c = m.k \quad (3.4)$$

sendo  $\mu$  o coeficiente de atrito de Coulomb,  $m$  o coeficiente de atrito de Tresca ( $0 \leq m \leq 1$ ) e  $k$  a tensão de corte máxima do corpo com menor resistência mecânica (*Slave*).



As leis de Coulomb e de Tresca enquadram-se dentro do formalismo da teoria da plasticidade.

Entre outros trabalhos com semelhante enquadramento, Hugues propôs a definição de uma superfície de corte através da seguinte relação (Hugues, *et al.*, 1995):

$$F_c(t_c, s) = \sqrt{t_c \cdot t_c} - s, \quad (3.5)$$

Onde  $t_c$  e  $s$  representam, respectivamente, a solicitação de tracção tangencial e a resistência ao corte na interface de contacto. É condição necessária para a ocorrência de escorregamento que  $F_c(t_c, s) \geq 0$ . A resistência ao corte e, consequentemente o escorregamento, é determinado experimentalmente e é função da pressão de contacto, do coeficiente de atrito  $\mu$  e do corte tangencial relativo  $\mu_s$ . As expressões propostas para o coeficiente de atrito e superfície de corte são:

$$\begin{aligned} \mu &= \mu_0 + (\mu_s - \mu_0) \cdot \left[ 1 - e^{\left( \frac{u_s}{u_1} \right)} \right] \cdot \left[ 1 + a_1 \sec h \left( \frac{u_s}{u_2} \right) \right] e \\ s &= s^* \cdot \tanh \left( \frac{\mu \cdot P}{s^*} \right) \quad \text{com} \quad s^* = s_0^* + (s_s^* + s_0^*) \cdot \left[ 1 - e^{\left( \frac{u_s}{u_2} \right)} \right], \end{aligned} \quad (3.6)$$

Onde  $\mu_0$ ,  $\mu_s$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$ ,  $s_0^*$ ,  $s_s^*$  são constantes determinadas experimentalmente. A principal desvantagem deste modelo é o número de ensaios necessários para determinar estas variáveis. Por outro lado a gama de pressões e velocidades de escorregamento está limitada à gama realizada nos ensaios experimentais (Alves, 2003).

### 3.5. O programa ABAQUS

O ABAQUS é um programa desenvolvido com fins comerciais que utiliza o Método por Elementos Finitos (Hibbitt, *et al.*, 1998a).

O programa ABAQUS utiliza o método dos elementos finitos do deslocamento, baseado na aproximação das condições de equilíbrio de um corpo sob o ponto de vista Lagrangiano, ou seja, cada ponto material do corpo é analisado, sendo uma função do tempo e de suas coordenadas, e as equações de equilíbrio são obtidas a partir do princípio dos trabalhos virtuais (Silva, 2006).

Numa análise não-linear a solução não pode ser calculada pela resolução de um único sistema de equações lineares, como pode ser feito num problema linear. No ABAQUS é utilizado o método de

Newton-Raphson, para se obter a solução dos problemas não-lineares (Chen, *et al.* , 1987). A solução é obtida por um processo gradual de aplicação de carga, com a quebra da simulação em um certo número de incrementos de carga e a busca da configuração de equilíbrio através de sucessivas iterações em cada um deles. Uma iteração é uma tentativa de se encontrar uma solução de equilíbrio em um incremento. Em cada iteração é formada a matriz de rigidez do modelo, é resolvido o sistema de equações e é observado se a solução obtida está mais próxima do equilíbrio, dentro de um intervalo de tolerância que atenda a certos critérios de convergência. Algumas vezes o processo iterativo pode divergir e, nesses casos ele é encerrado e tenta-se encontrar a solução com um tamanho de incremento menor. São necessárias diversas iterações até se determinar uma solução aceitável para um dado incremento e o conjunto de todas as respostas dos incrementos é a solução aproximada da análise não-linear.

Este software com grande aplicação em diversas áreas da engenharia consiste em duas partes: o módulo gráfico (ABAQUS/CAE e ABAQUS/Viewer) e o *solver* (ABAQUS/Standard e ABAQUS/Explicit).

O ABAQUS/CAE é pré e pós-processador. Como pré-processador, gera o arquivo de entrada de dados que contém a geometria, propriedades do material, condições de contorno, carregamento aplicado e a malha de elementos finitos definidos pelo usuário. O programa ainda permite que o arquivo de entrada de dados seja alterado manualmente pelo usuário. Como pós-processador, o ABAQUS/CAE possibilita a visualização gráfica dos resultados. O ABAQUS/Viewer funciona exclusivamente como pós-processador.

O ABAQUS/Standard e o ABAQUS/Explicit simulam computacionalmente carregamentos estáticos e dinâmicos, respectivamente. Para além disso oferece diversos modelos constitutivos que consideram respostas elásticas e inelásticas, sendo a resposta inelástica modelada pela teoria da plasticidade. Para metais, o modelo de plasticidade mais simples é o modelo com encruamento isotrópico e superfície de escoamento de von Mises (Chen, *et al.* , 1987).

## Secção 4 – Metodologia

### 4.1. Metodologia

Actualmente o método de modelação por elementos finitos já provou a sua eficiência e utilidade na simulação de processos de conformação plástica. Estes métodos permitem testar e comparar vários tipos de processos candidatos (Antonio, *et al.* , 2004). Estes métodos de modelação permitem a partir da introdução de geometrias, malhas, leis de comportamento de materiais, carregamentos, leis de contacto e leis de comportamento térmico, obter uma previsão do estado final com um certo processo tecnológico. A este tipo de problemas chamamos simulação directa ou problemas directos.

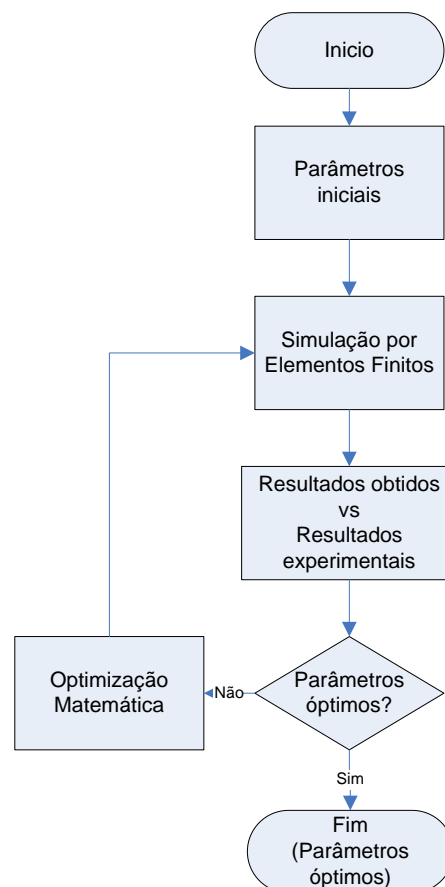


Figura 2: Fluxograma dos problemas inversos.

Os problemas directos abrem as portas para a resolução de problemas mais complexos, os problemas inversos. O objectivo dos problemas inversos é a determinação de um ou mais dados de entrada dos problemas directos permitindo assim chegar ao resultado pretendido. Os problemas inversos quando aplicados em conformação plástica são utilizados para determinar a geometria inicial de peças/ferramentas a partir do conhecimento da geometria final pretendida. Para além de determinar a forma inicial da peça na conformação plástica numa única etapa, a análise inversa do processo permite ainda identificar a forma das ferramentas, os parâmetros de conformação envolvidos em operações de conformação complexas que envolvam várias etapas e a forma das ferramentas. Os problemas inversos são facilmente formulados sob a forma de um problema de optimização que é o que nos propomos a fazer.

Ao longo deste trabalho são apresentados dois tipos de problemas inversos, os problemas de optimização paramétrica e os problemas de optimização de forma.

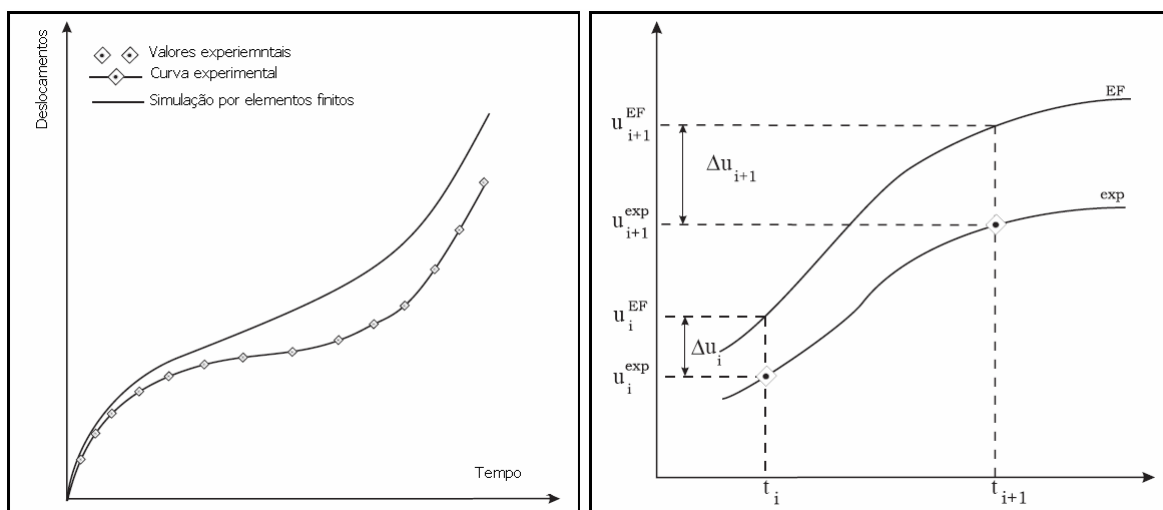


Figura 3: Definição normal do erro entre a curva experimental e a curva da simulação (Kleinermann, 2000).

Qualquer simulação por elementos finitos necessita que lhe seja fornecida a lei de comportamento do material que se pretende simular e esta deve ser válida e fiável. De modo a determinar a lei de comportamento realiza-se uma experiência e associa-se a estes dados experimentais uma lei de comportamento que em seguida é validada utilizando um programa de elementos finitos.

De seguida apresenta-se a formulação do problema de optimização de parâmetros:

Determinar  $\underline{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_p^*)$  tal que:

$$S(\underline{x}^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( u_i^{EF}(\underline{x}^*) - u_i^{\text{exp}} \right)^2}, \quad (4.1)$$

seja mínimo com  $\underline{x}_i \leq x_i^* \leq \bar{x}_i$ , com  $i=1, 2, \dots, p$

$\underline{x}$  é o vector dos valores dos parâmetros,  $n$  é o número de pontos experimentais,  $u_i^{EF}$  valor da ordenada do ponto obtido por simulação e  $u_i^{\text{exp}}$  valor da ordenada do ponto experimental.

Se, após a simulação, se chegar à conclusão que o comportamento do material não é correctamente simulado, deve-se alterar os parâmetros da lei de comportamento que se está a utilizar e voltar a simular até que se chegue a uma lei de comportamento fiável. O que se propõe, é que este processo de optimização de parâmetros seja feita de um modo iterativo de maneira a que os resultados obtidos passam a ser utilizados em simulações futuras.

Outro tipo de problema que é abordado neste trabalho é o de optimização de forma. Num processo de conformação plástica normalmente sabe-se ou deseja-se uma determinada geometria. De modo a garantir a forma final da peça, pois existem muitas variações como retorno elástico de material, estricção, é necessário simular o processo e de seguida afinar a geometria inicial da peça, tal como a geometria das ferramentas, sendo necessário e reiniciar o processo de simulação de modo a verificar se a nova geometria inicial possibilita que a forma final obtida seja igual à forma final desejada.

De seguida apresenta-se a formulação do problema de optimização de forma:

Determinar  $\underline{x}^* = (x_1^*, x_2^*, \dots, x_p^*)$  tal que:

$$S(\underline{x}^*) = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \text{gap}(\underline{x}^*) \right)^2}, \quad (4.2)$$

seja mínimo, com  $\underline{x}_i \leq x_i^* \leq \bar{x}_i$ , com  $i=1, 2, \dots, p$

O objectivo deste trabalho é de criar uma interface entre dois programas, o ABAQUS e o SIDOLO, de modo a poder-se solucionar diversos problemas inversos, quer de optimização de parâmetros quer de optimização de forma. Esta interface criada em Fortran permite a comunicação entre os dois programas. O programa ABAQUS que é utilizado para realizar a simulação de elementos finitos utilizando uma aproximação estática implícita, de modo a determinar quer as tensões/deformações, no caso da optimização paramétrica quer as coordenadas no caso da optimização de forma. O programa SIDOLO é utilizado para realizar a optimização dos parâmetros dos problemas, calculando o erro entre uma série de valores experimentais fornecidos e os resultados obtidos na simulação com o ABAQUS. Após o cálculo do erro são calculados novos valores para os parâmetros que por sua vez são realimentados no programa ABAQUS que realiza nova simulação.

#### **4.1.1 Interface**

O objectivo deste trabalho é a criação de uma metodologia de optimização de processos de conformação plástica. Essa metodologia assenta na resolução dos problemas inversos e na sua resolução como problemas de optimização. Para a resolução destes problemas optou-se por recorrer a dois programas, um de optimização por elementos finitos e outro de optimização numérica, ABAQUS e SiDoLo respectivamente. Com estes dois programas só por si não é possível realizar a optimização. Por isso foi necessário construir uma interface de comunicação entre estes dois programas. Podiam ser utilizadas várias linguagens de programação para construir esta interface. Neste caso optou-se por utilizar a linguagem Fortran.

Tal como é representado na figura 4, o ciclo de optimização inicia-se com a leitura dos coeficientes de optimização do ficheiro \*.coe. No caso dos problemas de optimização paramétrica os coeficientes de optimização são os parâmetros da lei de comportamento do material. Na primeira iteração os coeficientes são atribuídos pelo utilizador, mas nas iterações seguintes estes são calculados pelo programa de optimização numérica. Após a leitura dos coeficientes estes são escritos pela interface no ficheiro \*.inp. O ficheiro \*.inp é o ficheiro do ABAQUS onde são guardados todos os dados do problema desde as geometrias, malhas, propriedades do material, etc. Os ficheiros \*.inp são ficheiros do ABAQUS parametrizáveis, daí a escolha deste programa. São estes parâmetros que são actualizados pela interface com os dados lidos no ficheiro de coeficientes \*.coe. Já com o ficheiro \*.inp actualizado é iniciada a simulação por elementos finitos. Após a simulação é escrito pelo programa Abaqus um ficheiro com os resultados da simulação, com a extensão \*.dat. Este ficheiro é lido, interpretado e tratado pela interface e de seguida, os dados extraídos deste ficheiro são enviados para o programa de optimização numérica SiDoLo. Após a

recepção dos dados o programa SiDoLo compara-os com os dados existentes num ficheiro de dados experimentais \*.exp e calcula o erro. A ordem de grandeza do erro é comparada com um valor de referência registado no ficheiro \*.dat (SiDoLo). No caso do erro calculado ser inferior ao erro definido como mínimo no ficheiro \*.dat a optimização é finalizada, caso contrário o programa de optimização numérica realiza uma nova iteração registando os novos valores para os coeficientes de optimização no ficheiro \*.coe.

No caso dos problemas de optimização paramétrica o objectivo é optimizar os parâmetros de uma lei de comportamento que represente mais fielmente possível o comportamento desse material. Já no caso dos problemas de optimização de forma as variáveis a optimizar são geralmente coordenadas cartesianas, polares ou cilíndricas.

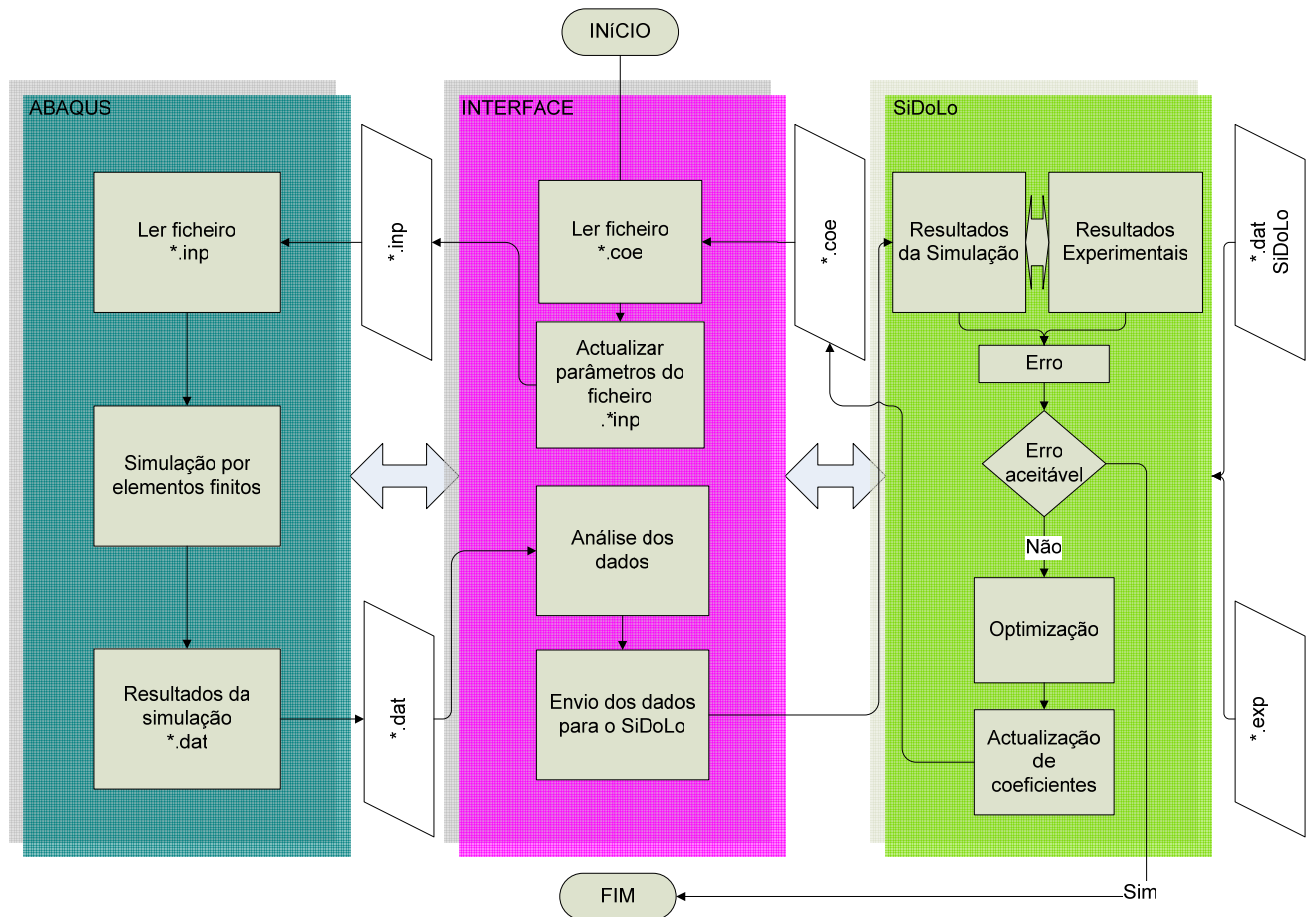


Figura 4: Fluxograma de interacção entre os programas ABAQUS, SIDOLO e a interface desenvolvida.

## Secção 5 – Aplicações e validação

### 5.1. Introdução

Neste capítulo apresentam-se vários exemplos que pretendem validar a metodologia apresentada anteriormente. Para isso irão ser resolvidos alguns exemplos de problemas de identificação de parâmetros e de optimização de forma.

Para a identificação de parâmetros apresentam-se dois exemplos. Na optimização de forma realiza-se um exemplo apoiado num ensaio de compressão.

### 5.2. Validação: Identificação de parâmetros

#### 5.2.1. Identificação de parâmetros de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear.

Para validar a metodologia desenvolvida e a consequente implementação utiliza-se um exemplo já empregue em vários trabalhos, nomeadamente por Kleinermann (Kleinermann, 2000). O ensaio consiste na tracção de um provete de aço utilizado no fabrico de tubos para a indústria nuclear. Este constitui um teste severo para os códigos de simulação devido à sua sensibilidade à geometria inicial e à carga.

O modelo escolhido para simular o comportamento deste material foi um modelo de comportamento elástoplástico com encruamento não linear (Kleinermann, 2000). Este comportamento é descrito pela seguinte equação:

$$\sigma_{VM}(\bar{\varepsilon}^{pl}) = \sigma_{VM}^0 + (\sigma_{VM}^\infty - \sigma_{VM}^0) \left( 1 - e^{(-\delta \bar{\varepsilon}^{pl})} \right) + \zeta \bar{\varepsilon}^{pl}. \quad (5.1)$$

$\bar{\varepsilon}^{pl}$  é a deformação plástica equivalente que é igual a  $\sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{pl} \varepsilon_{ij}^{pl}}$ , em que  $\varepsilon_{ij}^{pl}$  é o tensor das deformações plásticas,  $\sigma_{VM}^0$  é a tensão limite de elasticidade,  $\sigma_{VM}^\infty$  é a tensão de cedência,  $\zeta$  e  $\delta$  são constantes.



De modo a simplificar o problema e devido à simetria axial, optou-se por modelar o problema axisimétrico no programa ABAQUS, isto é, representando apenas  $\frac{1}{4}$  do provete. Para facilitar o aparecimento de estricção, o diâmetro inicial do provete no centro é ligeiramente inferior ao diâmetro das extremidades como é representado na figura 5. A solicitação do provete é realizada impondo um deslocamento de 14 mm às extremidades provocando um alongamento total semelhante.

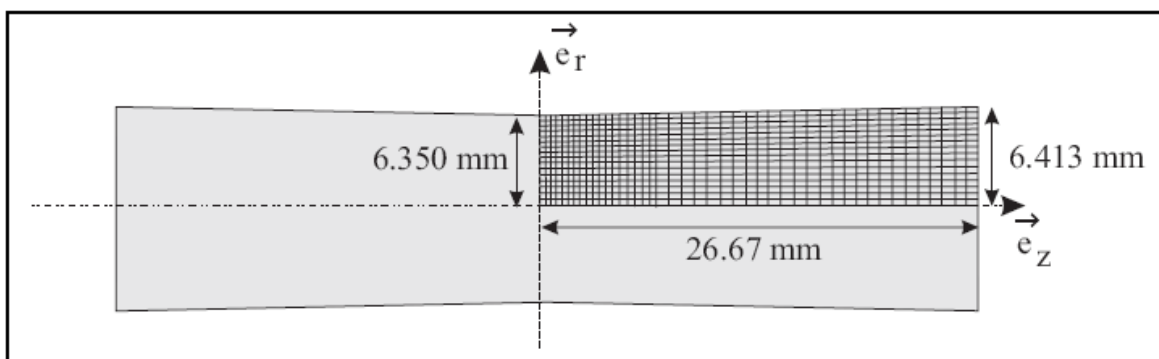


Figura 5: Provete utilizado na identificação de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear (Kleinermann, 2000).

A lei de comportamento elastoplástico é composta por 6 parâmetros. Os dois parâmetros que definem o comportamento elástico são considerados conhecidos com os seguintes valores  $E = 206900 \text{ N/mm}^2$  e  $\nu = 0.29$ , restando 4 parâmetros considerados desconhecidos  $\sigma_{VM}^0$ ,  $\sigma_{VM}^\infty$ ,  $\zeta$  e  $\delta$ .

Para se conseguir realizar a identificação de parâmetros, é necessário utilizar um conjunto de resultados experimentais. Para isso recorreu-se aos resultados fornecidos por (Kleinermann, 2000). Para além dos resultados experimentais utilizaram-se também os resultados da optimização realizada por este autor. Estes resultados servem de comparação e permitem proceder a uma análise crítica dos resultados obtidos pelo processo de optimização. Também se recorreu como base de comparação aos resultados deduzidos analiticamente por Simo (Kleinermann, 2000). Este autor identificou uma lei de encruamento não linear similar à utilizada no modelo aqui explorado, por via analítica. Ele calculou, graças a diferentes aproximações, as deformações plásticas equivalentes assim como as tensões médias na zona de estricção correspondentes em diferentes pontos experimentais

Na tabela 2 podemos observar os resultados obtidos pelo processo de optimização utilizado neste trabalho, os resultados obtidos por Kleinermann e os resultados obtidos por Simo. Visto os autores Kleinermann e Simo não apresentarem nos seus trabalhos o erro quadrático, optou-se substituir os valores finais dos parâmetros determinados por estes autores no SiDoLo e assim obter o erro nas

mesmas unidades e ordem de grandeza das utilizadas na optimização realizada. Podemos verificar que embora os resultados estejam próximos dos obtidos por Simo e por Kleinermann, existem algumas diferenças que são expostas nas tabelas 2 e 3. Os parâmetros identificados pela metodologia utilizada conduzem a um erro inferior ao obtido pelos outros dois autores. O factor que apresenta um valor mais discrepante é o  $\delta$  que após optimização assume o valor 26.71 em oposição aos valores obtidos por Kleinermann e por Simo que apontam no sentido oposto 18.86 e 16.93 respectivamente, à medida que o erro vai diminuindo o valor deste parâmetro aumenta. Os valores  $\zeta$  apresentam valores díspares principalmente nos valores de Kleinermann (311.4) e Simo (129.2), este factor tende a aumentar à medida que o erro diminui. Os valores para o parâmetro  $\sigma_{VM}^0$  tendem a aumentar com a diminuição do erro em oposição aos valores de  $\sigma_{VM}^\infty$  que tendem a diminuir juntamente com o erro. Pode-se com base nos resultados obtidos afirmar que os parâmetros  $\zeta$  e  $\delta$  são os que sofrem maiores variações entre os diferentes resultados analisados e por conseguinte são também os factores que mais influencia exercem na qualidade do resultado final.

Tabela 2: Valores finais obtidos neste trabalho confrontados com os obtidos por Kleinermann e por Simo.

	$\sigma_{VM}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{VM}^\infty$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\delta$	$\zeta$ (N/mm <sup>2</sup> )	S (Erro)
Valores iniciais	500	800	25.00	300	1.16E+08
Valores óptimos	485	644	26.71	357	3.51E+05
Kleinermann	458.5	657.7	18.86	311.4	1.79E+06
Simo	450	715.0	16.93	129.2	3.40E+07

Na figura 6 é representado o resultado obtido através da metodologia desenvolvida e este é comparado com os resultados experimentais fornecidos ao programa de optimização de modo a calcular o erro da solução obtida. Como se pode observar os resultados da simulação estão bastante próximos dos resultados obtidos experimentalmente.

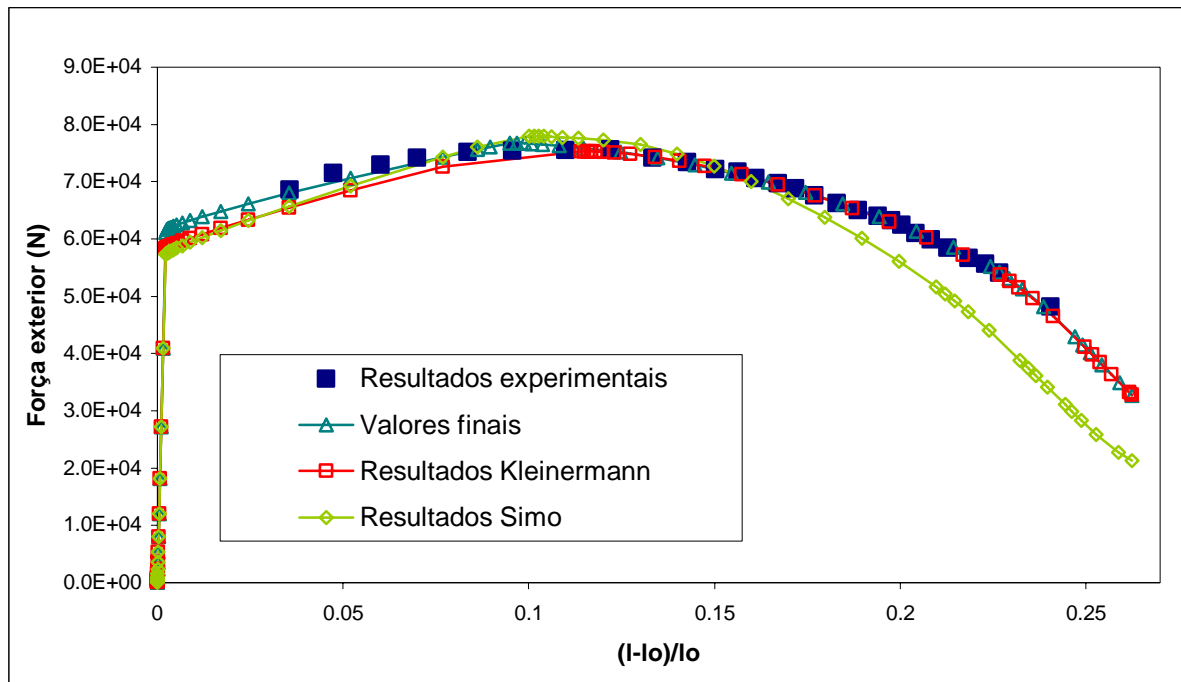


Figura 6: Gráfico do alongamento do provete vs tensão aplicada.

A tabela 3 evidencia a diferença entre os valores do erro obtidos com a metodologia desenvolvida e os resultados obtidos pelos outros autores. O erro obtido por Simo é justificado pelo carácter analítico dos mesmos. Quanto à diferença de valores obtidos por Kleiner mann e pela metodologia desenvolvida, esta pode ser justificada pelos programas de análise por elementos finitos utilizados que podem conduzir a valores para as tensões e deformações ligeiramente diferentes e pelos programas de optimização numérica que também podem conduzir a valores diferentes consoante os algoritmos ou conjugação de algoritmos utilizados.

Tabela 3: Comparação entre os valores finais obtidos neste trabalho, os valores obtidos por Kleiner mann e por Simo.

	Valores finais	Valores Kleiner mann	Erro relativo (%)	Simo	Erro relativo (%)
$\sigma_{VM}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	485	458.5	5.46	450	7.21
$\sigma_{VM}^\infty$ (N/mm <sup>2</sup> )	644	657.7	-2.12	715.0	-11.02
$\delta$	26.71	18.868	29.35	16.93	36.61
$\zeta$ (N/mm <sup>2</sup> )	357	311.4	12.77	129.2	63.80
S (Erro)	3.51E+05	1.79E+06	-	3.40E+07	-

## Influência da Malha

Para testar a influência da malha nos resultados da optimização, optou-se por definir vários tipos de malhas que podemos ver representadas na figura 7, fixando os restantes factores tais como os valores de partida dos parâmetros de optimização e o valor do parâmetro de perturbação. Para realizar o processo de optimização utilizaram-se os valores de partida apresentados na tabela 4.

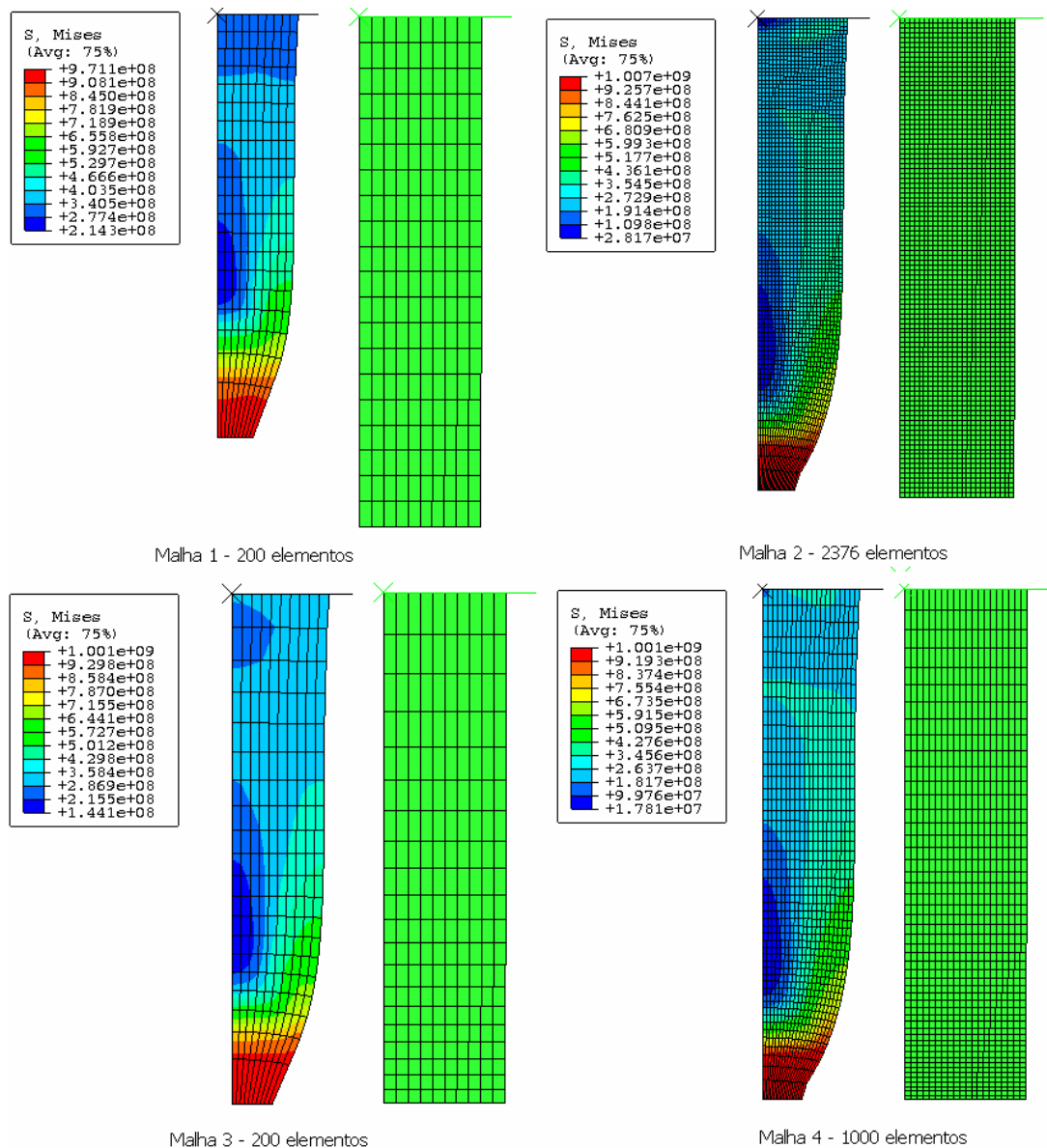


Figura 7: Malhas utilizadas no estudo da influência das malhas.

Como se pode observar os valores de partida escolhidos são próximos da solução final obtida anteriormente, de modo a facilitar a convergência dos problemas. Foram escolhidas quatro malhas, duas das quais a distribuição da densidade de malha é uniforme e nas outras duas utilizou-se uma distribuição de densidade de malha não uniforme. Em todas as malhas é utilizado o elemento CAX4RH, um elemento de quatro nós axissimétrico, híbrido de pressão constante, utilizando integração reduzida e controlo hourglass.

Nas malhas de densidade uniforme podemos mencionar a malha 1 com 200 elementos e a malha 2, mais refinada, com 2376 elementos. Neste ensaio o provete é mais solicitado na zona de estricção, o que justifica a utilização de malhas de densidade não uniforme. Estas permitem refinar a malha nas zonas mais solicitadas ficando as zonas menos solicitadas com a malha menos refinada, poupando assim recursos computacionais. Por este motivo foram realizados dois ensaios com duas malhas de densidade não uniforme, uma com 200 elementos (malha 3) e outra com 1000 elementos (malha 4).

A tabela 4 apresenta os resultados obtidos com as diferentes malhas utilizadas. Como seria de esperar a malha mais refinada, malha 2, foi a que apresentou os melhores resultados logo seguida pela malha 4, 3 e 1.

Tabela 4: Resultados obtidos com as diferentes malhas ensaiadas.

	Valores de partida	Malha 1	Malha 2 (ref)	Malha 3	Malha 4
$\sigma_{VM}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	485 (N/mm <sup>2</sup> )	489	493	493	485
$\sigma_{VM}^\infty$ (N/mm <sup>2</sup> )	644 (N/mm <sup>2</sup> )	656	644	644	644
$\delta$	26.71	27.67	26.71	27.13	26.71
$\zeta$ (N/mm <sup>2</sup> )	357 (N/mm <sup>2</sup> )	315	363	357	357
S (Erro)	-	8.07E+05	2.78E+05	3.75E+05	3.62E+05
Tempo relativo	-	1	16.7	1.12	2.76
Tempo (s)	-	222.87	3723.93	251.04	615.48
Nº elementos	-	200	2376	200	1000

É importante analisar os resultados obtidos com as duas malhas de 200 elementos (malha 3 e malha 1). Bastou uma melhor distribuição da densidade da malha no provete para se obterem resultados muito diferentes e bastante satisfatórios. Outro ponto que merece ser salientado é a proximidade dos resultados obtidos com a malha 3 e a malha 4. Estas duas malhas de morfologia bastante díspar

apresentam valores bastante próximos. Possuindo a malha 3, 200 elementos e a malha 4, 1000 elementos pode-se afirmar que a malha 3 apresenta o melhor compromisso custo computacional/qualidade dos resultados.

Conclui-se que as malhas mais refinadas permitem melhores resultados, no entanto são mais dispendiosas em termos computacionais. Obtiveram-se valores satisfatórios e bastante próximos dos obtidos com a malha mais refinada (malha 4) com uma malha mais grosseira (malha 1). Para tal, recorreu-se apenas a uma distribuição de malha diferente, considerando uma malha mais refinada na zona onde o provete sofre maiores deformações, que evolui para uma malha mais grosseira nas zonas menos solicitadas.

### Influência do parâmetro de perturbação $\psi$

Para verificar a influência do parâmetro de perturbação  $\psi$ , realizaram-se várias optimizações variando apenas este parâmetro e mantendo os parâmetros  $\sigma_{VM}^0$ ,  $\sigma_{VM}^\infty$ ,  $\zeta$ ,  $\delta$  o elemento e a malha utilizada. Para os valores para o parâmetro de perturbação utilizados foram escolhidos 0.01 e 0.001 pois estes são os extremos que o parâmetro  $\psi$  pode assumir. O valor 0.0065 foi escolhido pois é o valor médio entre estes extremos. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 5, nesta tabela é também apresentado o número de iterações e o tempo dispendido em cada simulação.

Tabela 5: Erro e numero de iterações obtidos com diferentes valores para  $\psi$ .

$\psi$	S (Erro)	Nº de Iterações	Tempo relativo	Tempo (s)
0.01	6.82E+05	63	1.536	3665.97
0.0065	3.51E+05	41	1	2385.79
0.001	6.81E+05	45	1.098	2618.55

Como se pode observar nessa tabela, o melhor resultado obtém-se fixando o parâmetro em 0.0065. Com este valor para o parâmetro de perturbação obtém-se o melhor resultado para o tempo de cálculo e para o erro obtido.

### 5.2.2. Identificação dos parâmetros do material em simultâneo com o coeficiente de atrito

Para efectuar a identificação dos parâmetros da lei de comportamento foi realizado um ensaio de compressão que tem a particularidade de levar em conta o contacto entre os sólidos.

Propõe-se que seja feita a identificação dos parâmetros do modelo de comportamento em simultâneo com a identificação dos parâmetros da lei de contacto entre a ferramenta e os materiais. Para esse teste recorreremos ao ensaio de compressão de um provete cilíndrico entre duas matrizes. A solicitação foi efectuada aplicando um deslocamento às matrizes de 75% da altura total do provete.

Dada a simetria axial e de revolução, recorreu-se a uma representação axissimétrica bidimensional para modelar o processo por elementos finitos, tal com a representada na figura 8.

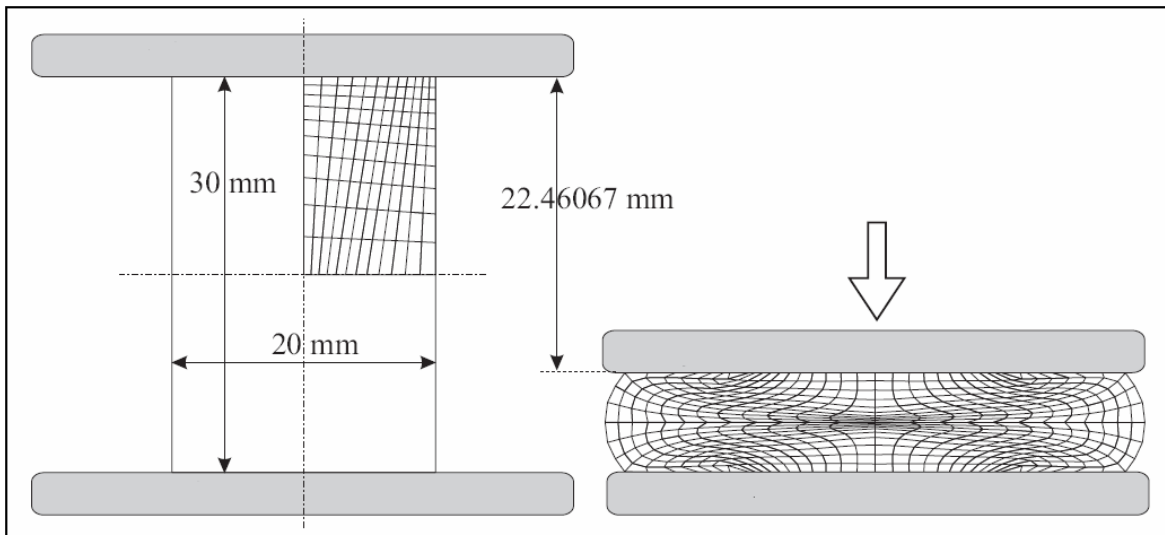


Figura 8: Forma inicial e deformada do provete sujeito a compressão (Kleiner mann, 2000).

O material escolhido para o ensaio foi um aço 30CD4-34G. Para descrever o seu comportamento utilizou-se a seguinte lei elastoplástica com encruamento isotrópico linear:

$$\sigma_{VM} = \sigma_{VM}^0 + h\bar{\varepsilon}^{pl} \quad (5.2)$$

Os dois parâmetros que definem o comportamento elástico são considerados conhecidos com os seguintes valores  $E = 98000 \text{ N/mm}^2$  e  $\nu = 0.3$ . Os parâmetros a identificar pertencem à equação que descreve o comportamento plástico do material, são o limite elástico inicial  $\sigma_{VM}^0$  e o coeficiente de encruamento  $h$ . Na tabela 6 são apresentados os resultados obtidos pela metodologia

desenvolvida, estes valores são comparados com valores apresentados por Kleiner mann e com os valores iniciais.

Tabela 6: Valores dos parâmetros para compressão de 75%.

	$\sigma_{vm}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	$h$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\mu$	S (Erro)	Iterações	Tempo (s)
Valores iniciais	80	50	0.2	8.58E+08	-	-
Valores óptimos	76.4	76.8	0.390	1.72E+08	47	1616.095
Valores Kleiner mann	57.90	43.19	0.391	1.37E+09	-	-

Tal como se pode observar na figura 9, os resultados obtidos com a lei de comportamento definida pela equação 5.2 ficaram aquém das expectativas sendo o erro obtido muito elevado. Recorrendo à tabela 6, pode-se observar que o coeficiente de atrito 0.390 obtido parece ser demasiado elevado tal como acontece com o valor do atrito obtido por Kleiner mann, já os valores obtidos para tensão limite elástico, são bastante melhores que os obtidos por Kleiner mann que encontrou um valor inferior a 60 (N/mm<sup>2</sup>), o que parece ser um valor baixo para um aço. Estes factos podem dever-se às elevadas deformações sofridas pelo provete quando submetido a compressões para além dos 60% da sua altura total.

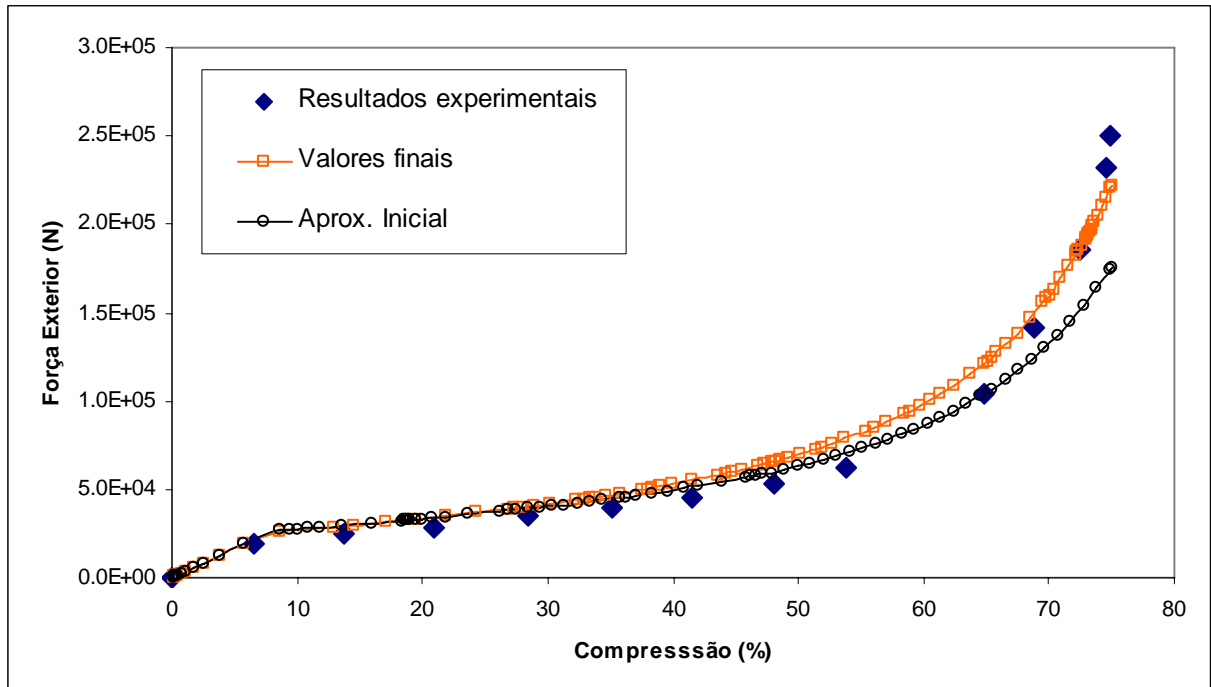


Figura 9: Comparação dos resultados experimentais com os resultados finais.



Devido ao nível destas deformações, a lei do comportamento escolhida anteriormente não consegue representar fielmente o comportamento do material, principalmente quando a compressão ultrapassa os 60%. Devido à dificuldade da equação 5.2 representar o comportamento do material, optou-se por verificar os resultados obtidos com uma lei de comportamento alternativa, semelhante à utilizada no exemplo da secção 5.2.1 (Kleiner mann, 2000):

$$\sigma_{VM}(\bar{\varepsilon}^{pl}) = \sigma_{VM}^0 + (\sigma_{VM}^\infty - \sigma_{VM}^0) \left(1 - e^{(-\delta \bar{\varepsilon}^{pl})}\right) + \zeta \bar{\varepsilon}^{pl} \quad (5.3)$$

Na tabela 7 tal como na figura 9 podem-se observar os resultados obtidos com a lei de comportamento 5.3 utilizando dois conjuntos distintos de valores iniciais. Estes valores demonstram a influência dos valores atribuídos aos parâmetros iniciais nos resultados finais obtidos.

Tabela 7: Resultados do ensaio utilizando os valores de partida 1 e 2.

	$\sigma_{VM}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\sigma_{VM}^\infty$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\delta$	$\zeta$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\mu$	S (Erro)
Valores iniciais 1	80	50	26	50	0.2	2.19E+09
Valores finais 1	83.58	51.81	20.74	54.10	0.209	1.82E+09
Valores iniciais 2	20	20	20	20	0.2	7.92E+09
Valores finais 2	65.2	71.2	25.58	84.1	0.389	1.58E+08

Obtiveram-se melhores resultados com o segundo conjunto de valores de partida. O processo de optimização, partindo do primeiro conjunto de valores de partida, convergiu para um mínimo local. No que toca aos resultados obtidos com o segundo conjunto de valores de partida, não existem garantias que os valores obtidos sejam um mínimo global, no entanto os resultados obtidos são visivelmente melhores no que toca ao erro obtido. Analisando criticamente os resultados obtidos para cada um dos parâmetros, continuamos a ter um coeficiente de atrito demasiado elevado e no caso dos valores finais 2 obteve-se um valor muito baixo para o limite elástico inicial (considerando que é um aço).

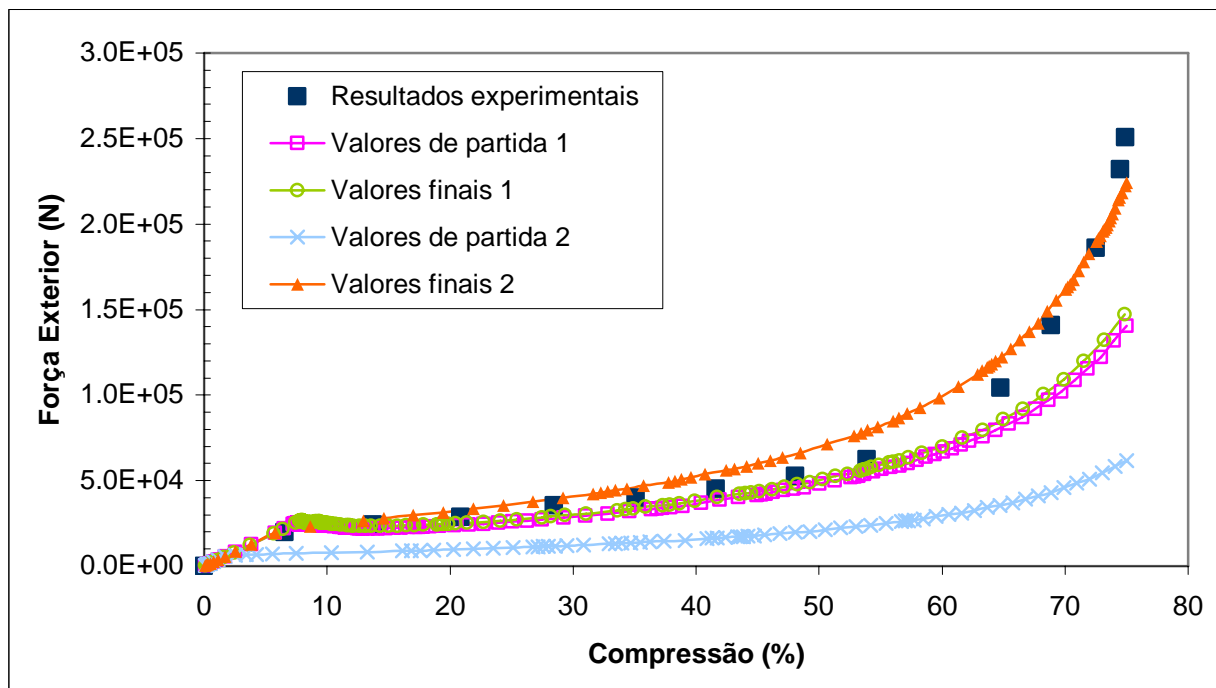


Figura 10: Comparação dos resultados obtidos com a segunda lei de comportamento utilizando diferentes parâmetros iniciais.

Quando se comparam os valores obtidos com a segunda lei de comportamento (equação 5.3) utilizando o segundo conjunto de valores para os parâmetros iniciais, com os resultados obtidos com a primeira lei de comportamento (equação 5.2), constata-se que os valores obtidos com a equação 5.3 são ligeiramente melhores, no entanto, não são bons o suficiente para que sejam considerados uma solução válida. Por este motivo tentou-se encontrar uma solução que permitisse obter melhores resultados, para isso experimentou-se realizar a compressão apenas até 60% da altura total do provete, recorrendo à lei de comportamento utilizada inicialmente (5.2). Os resultados obtidos são apresentados na tabela 8.

Tabela 8: Valores dos parâmetros para compressão de 60%.

	$\sigma_{vm}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	$h$ (N/mm <sup>2</sup> )	$\mu$	S (Erro)	Tempo relativo	Tempo (s)
Valores iniciais	80	50	0.2	8.58E+08	-	-
Valores óptimos	61.3	64.0	0.23	4.91E+06	1	1577.69
Valores Compressão 75%	76.4	76.8	0.39	1.72E+08	1.02	1616.09
Valores (Kleinermann, 2000)	57.90	43.19	0.39	2.86E+07	-	-

Limitando a compressão em 60% da altura total do provete os resultados melhoram bastante embora não sejam ideais, o valor do erro desce de  $1.72\text{E}+08$  para  $4.91\text{E}+06$  e o tempo de optimização desce ligeiramente. Os valores para o coeficiente de atrito melhoraram bastante já os valores para tensão limite elástico encontrados são relativamente pequenos para um aço.

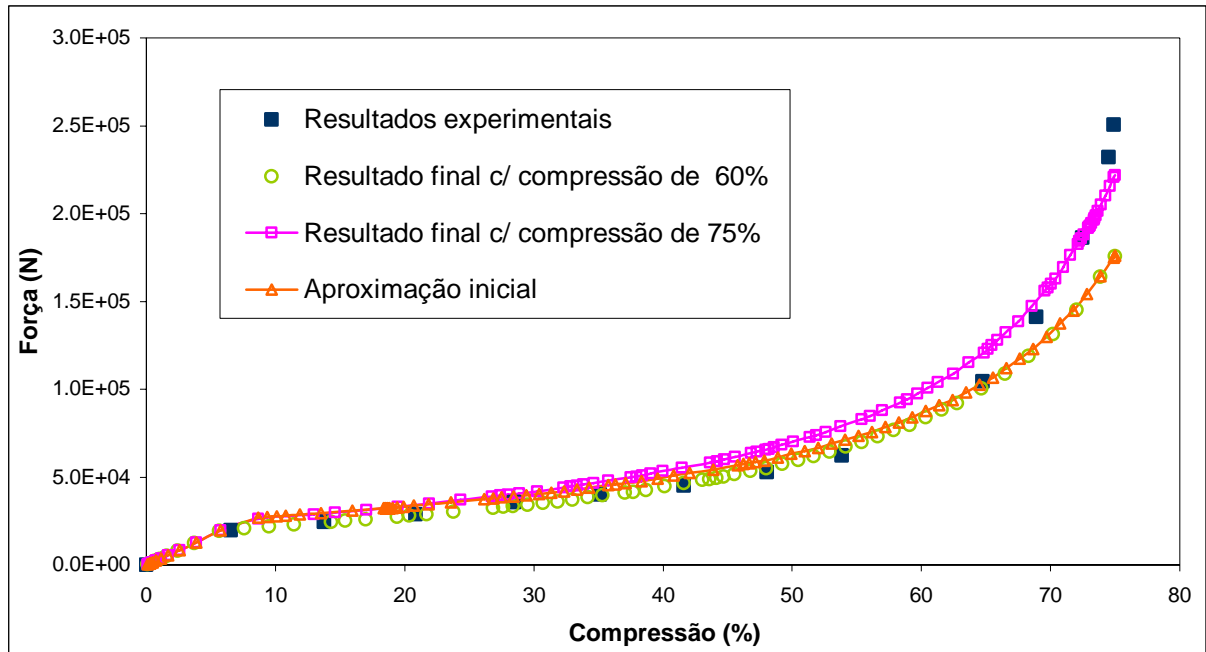


Figura 11: Comparação dos resultados obtidos com a primeira lei de comportamento com compressão de 60% da altura total do provete.

### Influência da Malha

De modo a estudar influência da malha e à semelhança do exemplo anterior (ensaio de tracção) fizeram-se várias optimizações recorrendo a malhas com diferentes níveis de refinamento e diferentes tipos de distribuição de densidade de malha (ver figura 12). Os resultados obtidos encontram-se listados na tabela 9 e estes valores são complementados com a figura 13.

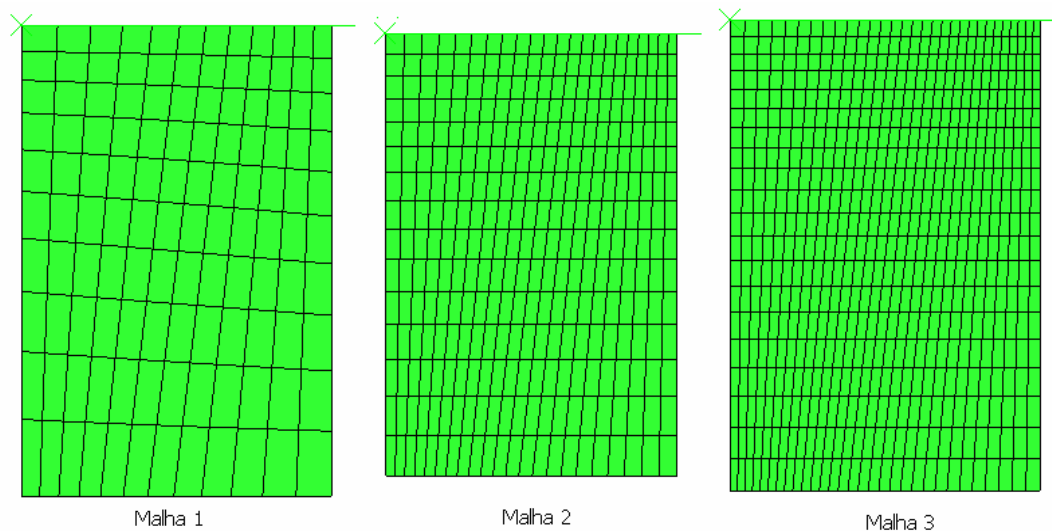


Figura 12: Diferentes malhas utilizadas.

Foram escolhidas 3 malhas todas com densidades de malha não uniformes e diferentes entre si. A malha 1 é a malha mais grosseira e a que dá origem às restantes duas que são apenas um refinamento da malha original que é composta por 120 elementos. A malha 2 e 3 são constituídas por 330 e 600 elementos respectivamente. A distribuição de malha escolhida tem como objectivo melhorar o comportamento da malha e os resultados obtidos concentrando as zonas mais refinadas nas zonas que vão sofrer maiores solicitações.

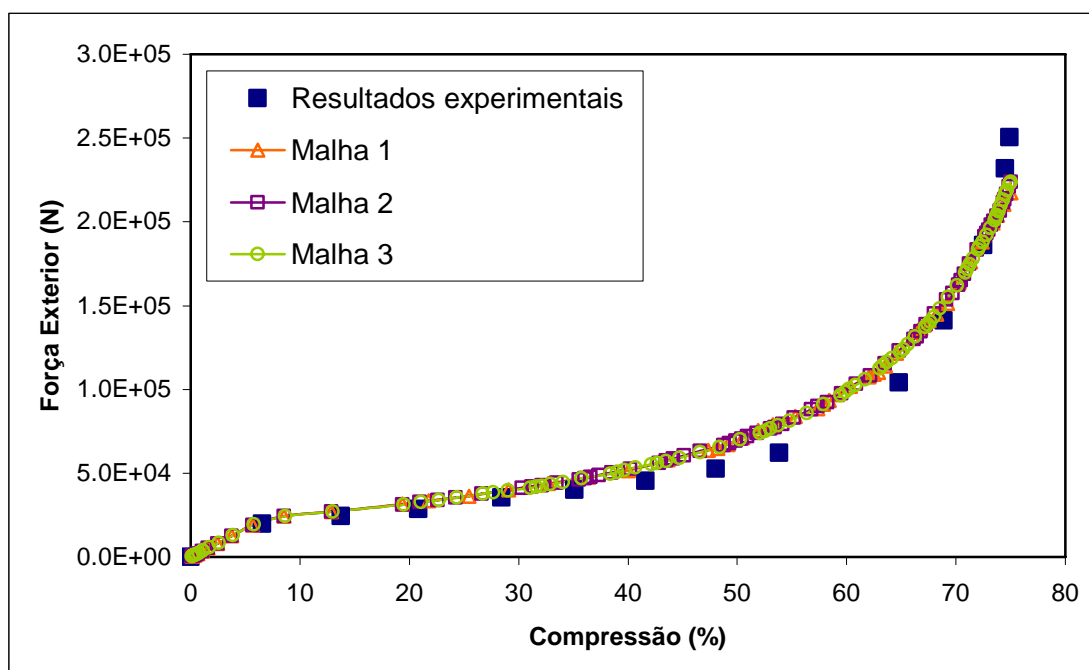


Figura 13: Comparação dos resultados das várias malhas com os valores experimentais.

À semelhança do exemplo anterior o elemento utilizado em todas as malhas é o CAX4RH, um elemento de quatro nós axissimétrico híbrido de pressão constante, utilizando integração reduzida e controlo hourglass.

Na figura 14 pode-se observar a evolução do erro ao longo das iterações para as diferentes malhas utilizadas.

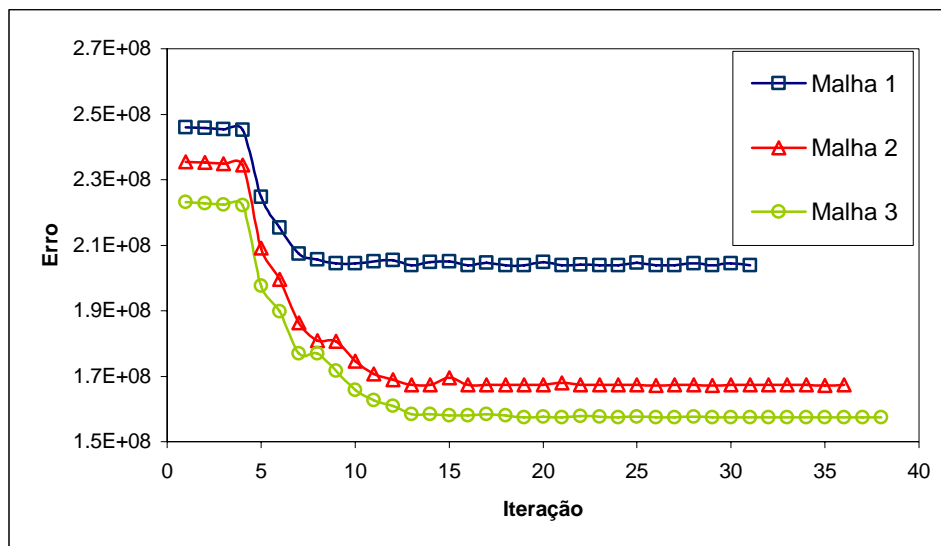


Figura 14: Evolução do erro ao longo das iterações nas diferentes malhas utilizadas.

Pode-se observar que a malha 1 permite uma convergência mais rápida necessitando apenas de 33 iterações para chegar ao valor final. A malha 2 permite obter um valor final com erro inferior à malha 1 necessitando para isso de 37 iterações. Por fim resta-nos a malha 3 que é a que permite obter o resultado final com o melhor erro. No entanto é a que necessita de mais tempo para atingir este valor.

Tabela 9: Resultados obtidos com as diferentes malhas.

	Valores de partida	Malha 1 – 120 elementos	Malha 2 – 330 elementos	Malha 3 – 600 elementos
$\sigma_{VM}^0$ (N/mm <sup>2</sup> )	76.4	71.3	70.9	70.2
$\sigma_{VM}^\infty$ (N/mm <sup>2</sup> )	76.8	84.8	84.8	84.9
$\mu$	0.30	0.3432545	0.3842185	0.3849319
S (Erro)	-	2.04E+08	1.67E+08	1.57E+08
Tempo (s)	-	402.96	815.695	1565.725
Tempo relativo	-	1	2.02	3.89
Nº elementos	-	120	330	600

Como era esperado a malha que apresenta melhores resultados é a malha 3, a mais refinada, esta também é a malha que necessita de mais tempo para atingir ao valor final. A malha que apresenta o melhor compromisso erro/custo computacional é a malha 2 pois permite obter um erro próximo do obtido com a malha mais refinada (malha 3) necessitando para isso de consumir menos recursos computacionais necessitando apenas de metade do tempo do utilizado com a malha 3.

### Influência do parâmetro de perturbação $\psi$

Para estudar a influência do parâmetro  $\psi$ , fez-se variar este parâmetro entre três valores, 0.01, 0.0065 e 0.001 fixando os restantes parâmetros. Os resultados obtidos são apresentados na tabela 10.

Tabela 10: Erro obtido com os diferentes parâmetros  $\psi$ .

$\psi$	S (Erro)	Nº de Iterações	Tempo relativo	Tempo (s)
0.01	1.98E+08	38	1.26	1595.05
0.0065	1.89E+08	30	1	1265.575
0.001	1.72E+08	47	1.27	1616.095

Na figura 15 podemos comparar as velocidades de convergência do algoritmo consoante o parâmetro  $\psi$  utilizado. Analisando a figura podemos depreender que o parâmetro que conduz a melhores resultados é o mais lento a convergir, sendo também o menor dos três, o que torna o calculo do gradiente mais sensível.

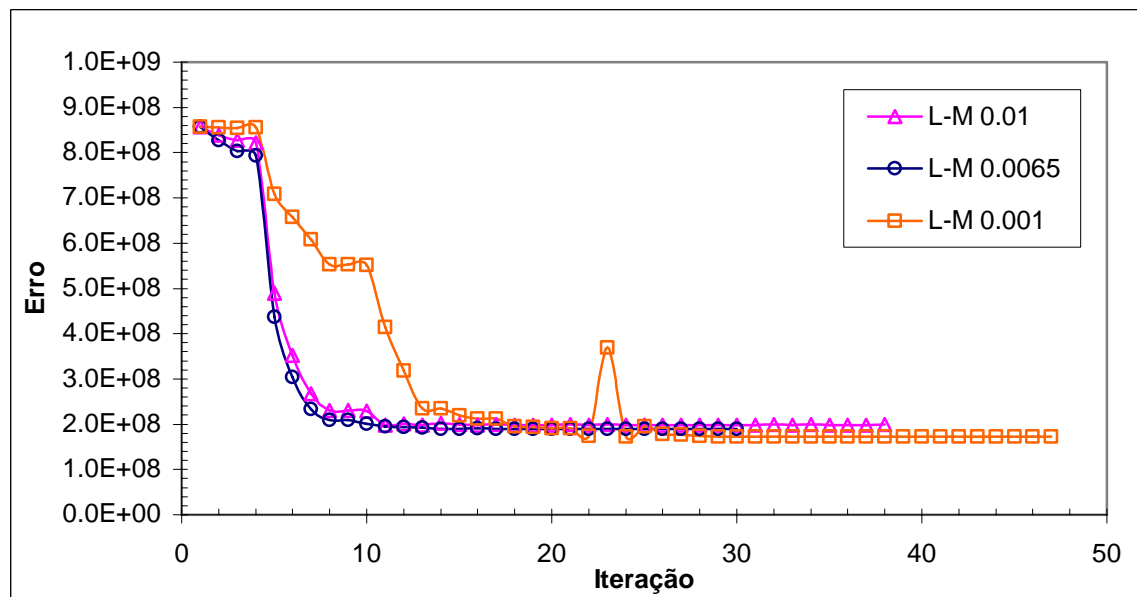


Figura 15: Evolução do erro e do numero de iterações em função do parâmetro  $\psi$ .

O valor de  $\psi$  que apresentou melhor compromisso custo computacional/erro foi o 0.0065 atingindo um erro de 1.89E+08 em apenas 30 iterações. Na figura 16 podemos observar o desfasamento entre os valores experimentais e os valores obtidos com os diferentes parâmetros de perturbação  $\psi$ .

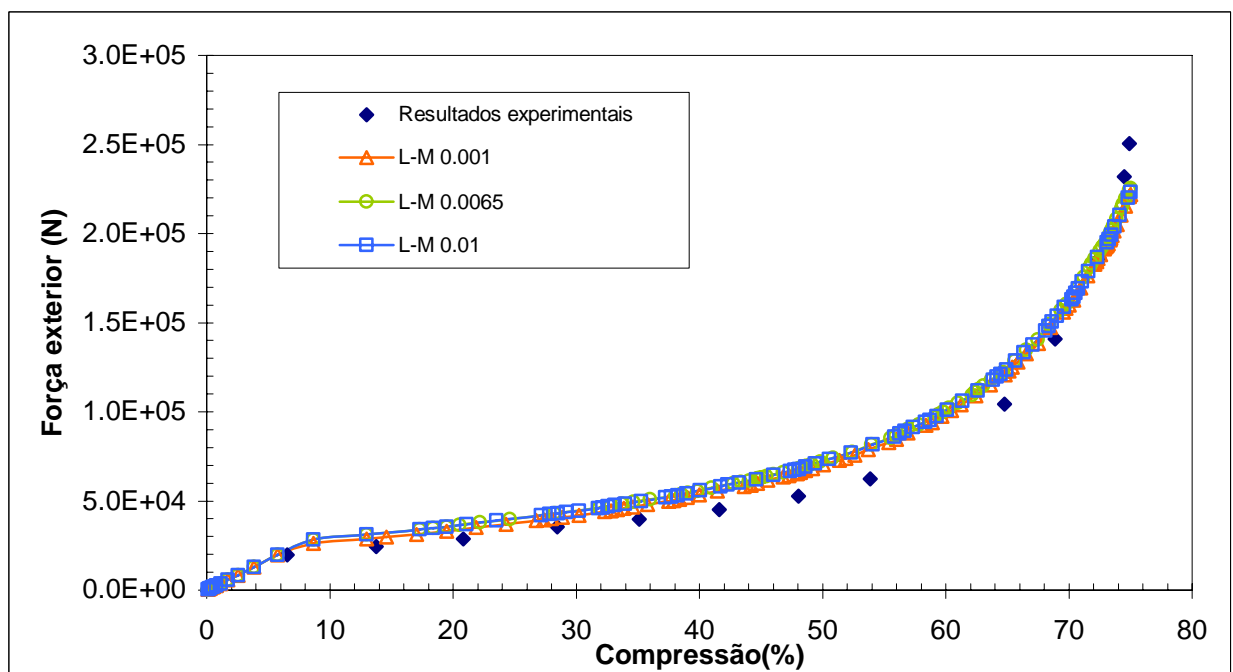


Figura 16: Resultados obtidos com os diferentes parâmetros  $\psi$ .

### 5.3. Validação: *Optimização geométrica*

#### 5.3.1. Compressão de um provete cilíndrico

Existem vários tipos de problemas de optimização forma, consoante o objectivo. Neste caso optou-se por simular a compressão de um provete cilíndrico. É sabido que a compressão de um provete cilíndrico faz com que este fique com forma de barril. O objectivo deste problema é prever a forma inicial do provete de modo a que após a compressão, as faces laterais do provete fiquem verticais, anulando assim o efeito barril, tal como é representado na figura 17.

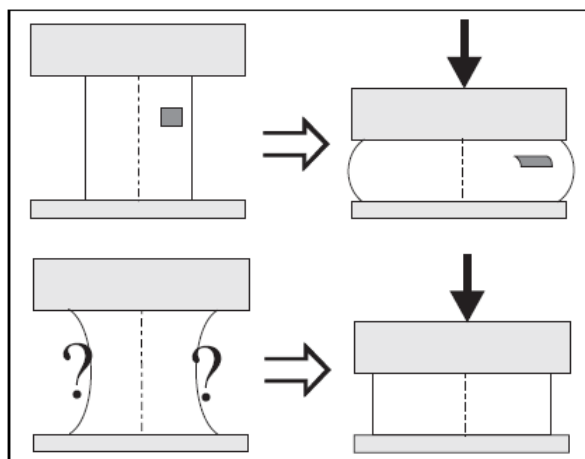


Figura 17: Esquema do problema de optimização de forma (Kleiner mann, 2000).

À semelhança do exemplo de compressão já apresentado, o material escolhido foi um aço 30CD4-34G. O seu comportamento é descrito pela lei elastoplástica com encruamento isotrópico linear representada na equação 5.2.

Para resolver este problema pode-se recorrer a dois métodos, o método das “super curvas” e o método das cotas. O método das “super curvas” utiliza Splines, B-Splines, Beziers ou NURBS para representar a parede lateral do provete, enquanto que no método das cotas as coordenadas verticais (y) são fixas fazendo-se variar apenas as coordenadas segundo a direcção horizontal (x). Este método consiste em escolher como variáveis de optimização as diferentes cotas horizontais da parte lateral do provete. Deste modo, dividiu-se o provete em 10 segmentos com a cota do eixo dos (y) fixa e atribui-se à extremidade de cada um desses segmentos uma cota (x) variável, resultando assim em 11 parâmetros de optimização do problema, conforme representado na figura 17.



Tal como é representado na figura 18, o provete parte com uma forma inicial de 100x120mm. Na compressão é comprimido em 20% da sua altura, assumindo uma forma final com as dimensões de 80x120mm. Neste problema o atrito entre o provete e a matriz foi considerado com um valor de 0.2. Na figura 19 pode-se observar a evolução da geometria da peça ao longo das várias iterações. Na primeira iteração pode-se constatar que o efeito barril continua a aparecer e este é eliminado ao fim de 13 iterações em que já se vislumbra a forma final pretendida. Da iteração 13 à iteração 24 o programa de optimização vai afinando todos os parâmetros de modo a obter a “parede” direita. Na iteração 24 temos uma forma já muito próxima da forma final pretendida embora não esteja perfeita. Na última iteração as paredes do provete depois de deformadas já se encontram completamente direitas sem aparecer o efeito barril, embora não estejam perfeitas, visto o erro obtido no final não atingir um valor nulo. Mais adiante na figura 20 apresenta-se um exemplo de um ensaio onde se conseguiu obter um valor nulo para o erro

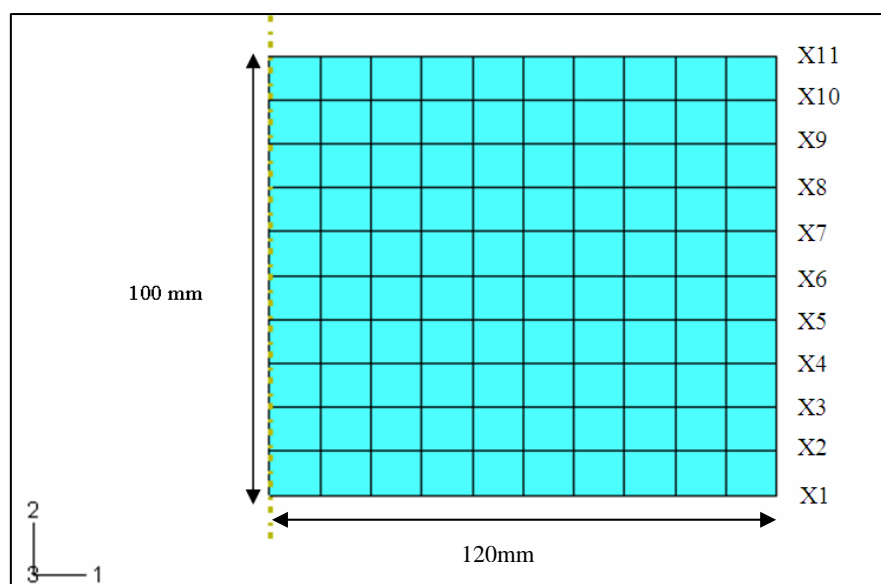


Figura 18: Esquema do problema de optimização de forma e das variáveis utilizadas.

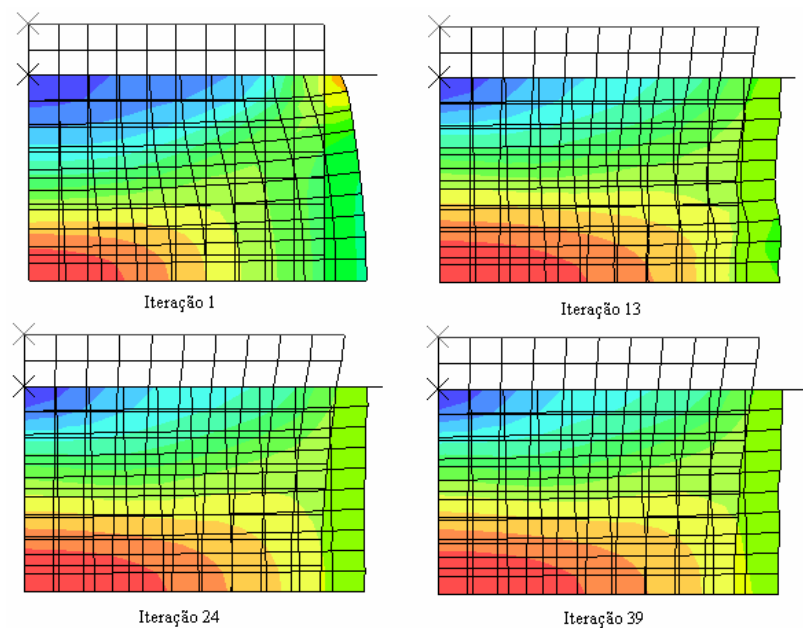


Figura 19: Evolução da geometria inicial/final ao longo das iterações .

### Influência da Malha

Para verificar a influência da malha optou-se por simular 3 problemas com diferentes parâmetros de malha, fixando os restantes parâmetros de optimização. Utilizou-se o mesmo provete descrito anteriormente, com três malhas com diferentes densidades de malha como representado na figura 21. Uma malha de 10x10 elementos, outra de 20x20 e por fim uma de 30x30 utilizando diferentes parâmetros  $\psi$  . Os resultados obtidos estão resumidos na tabela 11.

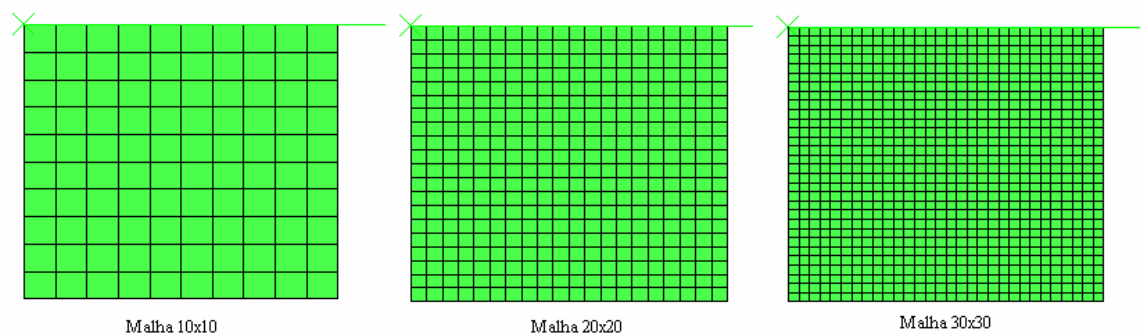


Figura 20: Três malhas utilizadas na aplicação.

Analisando dos resultados obtidos conclui-se que os estes são muito influenciados pelo parâmetro de perturbação. O melhor resultado foi obtido com uma malha de 30x30 elementos com um parâmetro de perturbação de 0.001, no entanto este ensaio foi o que recorreu a mais iterações e por sua vez consumiu mais tempo. Conforme a precisão pretendida deve ser feita uma análise na perspectiva do erro final pretendido e o custo computacional de cada uma das soluções de modo chegar a um compromisso entre a qualidade dos resultados e o tempo que estes demoram a ser obtidos. Um exemplo disto é a malha 20x20 com parâmetro de perturbação 0.0065. Esta malha permite obter resultados em termos de erro final razoáveis não implicando um elevado custo computacional. Este ensaio demorou apenas 155 segundos em oposição aos 556 segundos do ensaio onde se obteve erro nulo.

Tabela 11: Erro obtido com os diferentes parâmetros  $\psi$  e diferentes malhas.

	Malha 10x10	Malha 20x20	Malha 30x30
Erro com $\psi = 0.01$	7.73E-08	8.45E-08	9.00E-08
Nº iterações	60	70	51
Tempo (s)	89.7	241.5	369.4
Tempo relativo	1	2.69	4.11
Erro com $\psi = 0.0065$	8.55E-08	2.65E-07	2.60E-07
Nº iterações	43	41	67
Tempo (s)	64.2	155.5	485.4
Tempo relativo	1	2.42	7.56
Erro com $\psi = 0.001$	7.73E-07	2.73E-09	0.00E+00
Nº iterações	25	104	82
Tempo (s)	37.3	406.64	556.3
Tempo relativo	1	10.9	14.91

### Influência do parâmetro de perturbação $\psi$

Analisando os resultados obtidos para diferentes valores para o parâmetro  $\psi$  pode-se observar que os melhores valores são obtidos para valores iguais a 0.001.

Tabela 12: Resultados obtidos parâmetros de malha e diferentes  $\psi$ .

	Malha 10x10	Malha 20x20	Malha 30x30
$\psi$	0.001	0.0065	0.001
S (Erro)	7.73E-07	2.65E-07	0.00E+00
Tempo (s)	37.3	155.5	556.3

De salientar o resultado obtido com a malha 30x30 com parâmetro  $\psi = 0.001$ . Como se pode observar na tabela 15 consegue-se obter um erro de 0.00E+00. Este resultado evidencia o potencial desta metodologia no que toca à optimização de forma.

No início desta secção propôs-se resolver o problema de optimização de forma em que se pretendia obter a forma inicial do provete de modo a evitar a formação do efeito barril. Na figura 21 apresenta-se a forma inicial que permite obter a forma final pretendida, também representada na mesma figura. Com este resultado pode-se afirmar que os objectivos deste problema foram completamente alcançados, sendo demonstrado que uma correcta análise inversa tendo em vista a obtenção da forma óptima, conduz aos resultados desejados.

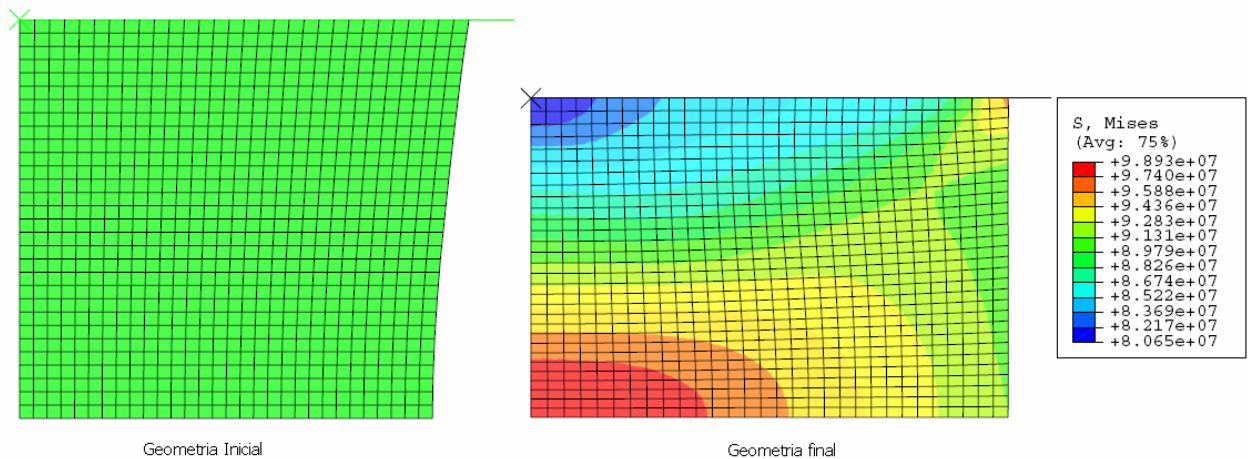


Figura 21: Geometria inicial que dá origem à forma final com desvio nulo em relação ao pretendido.

## **Secção 6 – Conclusões e trabalhos futuros**

### **6.1. Conclusões**

Nesta dissertação tomou-se partido do desenvolvimento avançado dos métodos de simulação pelo Método dos Elementos Finitos para resolver problemas mais complexos, os problemas inversos. Os problemas inversos podem conduzir a novos desenvolvimentos nos processos de conformação plástica.

Neste trabalho os problemas inversos foram tratados como problemas de optimização. Para tal utilizamos um programa de simulação de elementos finitos (ABAQUS), um programa de optimização (SiDoLo) e foi desenvolvida uma interface de comunicação entre eles em linguagem Fortran. Desta forma automatizou-se a resolução dos problemas inversos.

Demonstra-se que os programas utilizados e a interface construída permitem proceder à optimização de processos com resultados positivos. Pode-se constatar que alguns dos resultados alcançados com a metodologia utilizada são melhores que os obtidos por outros autores. O problema de identificação de um modelo de encruamento elasto-plástico não linear é um exemplo disso.

No problema de identificação dos parâmetros do material em simultâneo com o coeficiente de atrito, os resultados, à semelhança dos obtidos por Kleinermann, não foram tão positivos. Neste caso, as leis de comportamento escolhidas não conseguiram representar a realidade do comportamento do material, principalmente para deformações elevadas. Um factor que também pode ter influenciado negativamente os resultados da optimização foi a introdução de atrito, que neste problema era um parâmetro de optimização. Analisando os valores de atrito obtidos após a optimização, pode-se constatar que estes valores não são satisfatórios sendo demasiado elevados para a situação em causa.

O problema de optimização de forma demonstrou o enorme potencial que este tipo de problemas apresenta. Os resultados obtidos foram bastante positivos. Fica no entanto a ressalva do carácter puramente académico do problema. De notar que a metodologia desenvolvida poderá ser utilizada para a optimização de problemas de optimização de forma mais complexos.

## **6.2. Desenvolvimentos futuros**

A simbiose entre o método dos elementos finitos e os métodos de optimização tendo em vista a resolução dos problemas inversos revela trazer grandes benefícios para o processo de identificação de parâmetros tal como para o processo de optimização de forma/ processo.

No que toca aos métodos de optimização, não foram explorados vários métodos de optimização. Na verdade, a análise incidiu sobre aplicabilidade do método Levenberg-Marquardt em conjunto com o método do maior declive. Falta ainda, para além do método estudado neste trabalho, estender o estudo a outros métodos. De fora ficaram métodos como Gradiente Conjugado, Quasi-Newton, ConLin, MMA, GCMMA, SQP, redes neuronais e algoritmos evolucionários. Para além destes também ficaram por testar métodos conjugados, isto é métodos que conjuguem alguns dos métodos referidos anteriormente.

Quanto à optimização dos parâmetros dos materiais, ficaram ainda vários por simular/optimizar, com outras leis de comportamento. No que toca aos problemas relacionados com os processos de optimização de forma/processo, existem processos e fenómenos que não foram estudados com importância actual. Dentro desta categoria podemos incluir fenómenos tais como o retorno elástico e o estudo de falha, integrados com a optimização de tensões/deformações na peça e nas ferramentas bem como novos processos como por exemplo a hidroformagem. Ainda no que toca aos problemas de optimização de forma, ficaram ainda por testar outros métodos tal como o método das supercurvas. Outra área não explorada foi a da optimização de ferramentas, com grande aplicação prática em problemas industriais.

Um factor desconsiderado até aqui foi o comportamento dos materiais em função da sua temperatura. Neste trabalho resumimo-nos a considerar leis puramente mecânicas, isto é, considera-se que a deformação dos materiais é feita isotermicamente, independentemente de possíveis variações de temperatura. No futuro seria interessante estudar e implementar o acoplamento termomecânico em processos de conformação plástica.

## 7. Bibliografia

Alves, José Luis de Carvalho Martins - *Simulação Numérica do Processo de Estampagem de Chapas Metálicas*. PhD, Universidade do Minho, Guimarães, 2003.

Alves, Maria Leopoldina Mendes Ribeiro de Sousa - *Modelação Numérica e Análise Experimental de Operações de Forjamento*. PhD, IST, Lisboa, 2004.

Andrade-Campos, A.; Thuillier, S.; Pilvin, P.; Teixeira-Dias, F. - On the determination of material parameters for internal variable thermoelastic-viscoplastic constitutive models. *International Journal of Plasticity*. **23**:(2007). pp. 1349-1379.

Antonio, Carlos C.; Castro, Catarina F.; Sousa, Luisa C. - Optimization of metal forming processes. *Computers and structures*. **82**:(2004). pp. 1425-1433.

Aström, K.J.; Eykhoff, P. - System identification: A survey. *Automatica*. **7**:(1971). pp. 123-162.

Barlet, O.; Naceur, H.; Batoz, J.L.; Knopf-Lenoir, C. - *Shape optimum design of blank contours using a simplified inverse approach*. In: Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl., 1998,

Bathe, K-J - *Finite Element Procedures*. Prentice-Hall, (1996).

Belytschko, T; Daniel, WTJ; Ventura, G - *A new contact algorithm with smoothing based on implicit functions*. In: Proceedings of the 5th International Conference on Numerical Simulation of 3D Sheet Metal Forming Processes, 2002,

Benson, D.J. - *Calcul des problemes de contact*. Cours EDF-Clamart Problemes non-lineaires appliqués, 1994.

Botkin, M. E. - Shape optimization of plate and shell structures. *AIAA Journal*. **20**:2 (1982). pp. 268-273.

Burlet, H.; Cailletaud, G. - *Zébulon, a finite element code for nonlinear material behavior*. In: In European Conf. New Advances in Compu. Structural Mech, 1991,

Cailletaud, G.; Pilvin, P. - *Identification and inverse problems related to material behavior*. In: International Seminar on Inverse Problems, 1994a,

Cailletaud, G.; Pilvin, P. - *Identification and inverse problems related to material behavior*. In: In 2nd Int. Symp. On Inverse Problems, 1994b, Rotterdam,

Cailletaud, G.; Pilvin, P. - *Identification, problemes inverse: un concept modulaire*. In: In 2ieme Col. Nat. Calcul des Struct., 1993, Giens, 1993.

Campos, António Gil D'Orey de Andrade - *Modelação e Análise numérica do Comportamento Mecânico e Térmico de Ligas de Alumínio*. Phd, Universidade de Aveiro Aveiro, 2005.

Chaboche, J.L.; Nouailhas, D.; Savalle, S. - Logiciel pour l'identification interactive graphique des lois de comportement. *La recherche Aérospaciale*. **3**:(1991). pp. 59-76.

Chen, W. F.; Han, D. J. - *Plasticity for Structural Engineers*. (1987).

Chenot, L. Fourment J.L. - *The inverse problem of design in forging*. In: In 2d Int. Symp. On Inverse Problems, 1994, Rotterdam,

Fleury, C.; Schmit, L.A. - Dual methods and approximation concept in structural synthesis. *NASA Technical report*. **CR 3226**:(1980). pp. 23.

Fourment, J. L. Chenot E. Massoni L. - Inverse problems in finite element simulation of metal forming processes. *Engineering Computations*. (1996). pp. 34.

Fourment, L.; Balan, T.; Chenot, J.L. - *Optimum design of the hot forging process: A FE inverse model with remeshing for large deformation*. In: Compt. Plasticity: Fund. And Applied, 1997,

Gelin, J.C. - *Apports de la modelisation numerique pour l'identification du comportement des materiaux en vue de leur mise en forme*. In: Inter. exp.-Calcul Pour l'identification. du comportement Mec. Mater, 1998,

Ghouati, O.; Joannic, D.; Gelin, J.C. - *Etude et optimisation des parametres de procede pour le controle du retour elastique de pieces embouties*. In: 3ième Col. Nat. Calcul des Structures, 1997,

Ghouati, O.; Joannic, D.; Gelin, J.C. - *Optimisation of process parameters for the control of springback in deep drawing*. In: Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl., 1998,

Hibbitt; Karlsson; Sorensen - *ABAQUS/Standard – User's manual*. Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, 1998a.

Hibbitt, Karlsson; Sorensen - *ABAQUS/Standard – User's manual*. EUA: Hibbitt, Karlsson & Sorensen, Inc, (1998b).

Hugues, DA; Weingarten, LI; Dawson, DB - *Numerical simulation and experimental observations of initial friction transients*. In: Proceedings of the 5th International Conference on Numerical Methods in industrial Forming Processes (Numiform '95), 1995,

Imam, H. - *Minimum weight of 3-d solid components*. In: In 2d Int. Computer Eng. Conf., 1982, San Diego,

Karnes, R. N.; Tocher, J.L. - Automated design for optimun hole reinforcement. *Boeing Report*. **D6-23359**:Technical report (1968). pp.



Karnes, R. N.; Tocher, J.L. - The impact of automated structural optimization on actual desing. *AIAA*. **73**:(1971). pp. 361.

Kleinermann, Jean-Pascal - *Identification Parametrique Et Optimisation Des Procedes De Mise A Forme Par Problemes Inverses*. Université De Liège, Liège, 2000.

Laursen, T.A. - The convected description in large deformation frictional contact problems. *J. Solids and Structures*. **31**:5 (1994). pp. 669-681.

Laursen, T.A. - *Fourmulation and treatment of frictional contact problems using finite element.*, Tese de Doutoramento, Stanford, 1992.

Magny, C. - Lois de frottement evolutives destinés à la simulation numerique de l'emboutissage. *La Revue de Metallurgie*. (2002). pp. 145-156.

Mahnken, R.; Stein, E. - *Gradient-based methods for parameter identification of viscoplastic material*. In: In 2nd Int. Symp. on Inverse Problems, 1994, Rotterdam,

Mahnken, R.; Stein, E. - A unified approach for parameter identification of inelastic material models in frame of finite element method. *Computer Meth. In Appl. Mech. and Engineering*. 136 (1996). pp. 225-258.

Marquardt, D.W. - An algorithm for least-squares estimation of non-linear parameters. *Journal of the society for industrial applied mathematics*. **11**:(1963). pp. 431-441.

Nakamura, Y.; Ohata, T.; Katayama, T.; Nakamachi, E. - *Optimum die design for sheet metal forming process by finite element and discretized optimization methods*. In: Sim. Mat. Processing: Theory, Methods and Appl, 1998,

Nielsen, K. B.; Jensen, M. R.; Danckert, J. - Optimization of sheet metal forming processes using finite element simulations. *Acta Mettallurgica Sinica*. (2000). pp. 58.

Oden, J.T.; Martins, J.A.C. - Models and computacional methods for dynamic friction phenomena. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. **52**:(1985). pp. 527-634.

Oliveira, M.C.; Alves, JL; Menezes, LF - Numerical analysis on the effects of the friction coefficient on the deep drawing of a rail. *MATERIAIS'2003*. (2003). pp.

Oñate, E. - Perspectivas de modelos constitutivos y tecnicas de lementos finitospara análisis de processo de conformado de metales. *Publicação CIMNE*. nº94 (1996). pp. 78.

Pilvin, P. - *Thesé 3ième cycle*. Paris, Paris, 1983.

Pilvin, Philippe - *Identification de Modèles Nom Linéaires*. École Central de Paris, Paris, 1999.

Polak, Elijah - Optimization - Algorithms and consistent approximations. *Springer - Verlag*. (1997). pp.

Ponthot, J.-P.; Kleinermann, J.-P. - A cascade optimization methodology for automatic parameter identification and shape/process optimization in metal forming simulation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*. (2005). pp. 37.

Schmit, L.A. - Structural Design by Systematic Synthesis. *ASCE: In 2nd Conf. on Electronic Comput.* (1960). pp. 105-122.

Schnur, D.; Zabaraz, N. - An inverse method for determining elastic material properties and material interface. *Int. J. Numerical Meth. in Eng.* **33**:(1992). pp. 2039-2057.

*SiDoLo Users Manual*. - France: (2003).

Silva, Ana Lydia Reis de Castro e - *Análise numérica não-linear da flambagem local de perfis de aço estruturais submetidos à compressão uniaxial*. 2006.

Simo, JC; Laursen, T.A. - An augmented Lagrangian treatment of contact problems involving friction. *Computers and Structures*. **42**:(1992). pp. 97-116.

Stein, R. Mahnken; E. - The Parameter identification for visco-plastic models via finite element method and gradient-methods. *Modeling simulations Mat. Science Eng.* **2**:(1994). pp. 597-616.

Tresca, H - *Comptes Rendus. Acad. Science*. **59**:(1864). pp. 754-768.

Wriggers, P - Finite Element Algorithms For Contact Problems. *Computational Methods In Engineering* **4**:(1995). pp. 1-49.

Zhao, K. M.; Lee, J. K. - Inverse estimation of material properties for sheet metals. *Communications in numerical methods in engineering*. **20**:(2004). pp. 105-118.

Zienkiewicz, O. C.; Campbell, J.S. - Shape optimization and sequential linear programming. *Optimum Structural Design*. (1973). pp. 109-126.